

# EduMod:

Model symulacyjno-prognostyczny  
polskiej gospodarki uwzględniający  
zjawiska związane z kapitałem ludzkim

RAPORT PODSUMOWUJĄCY PROJEKT



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**IBE**



*entuzjaści  
edukacji*

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY





# EduMod:

Model symulacyjno-prognostyczny  
polskiej gospodarki uwzględniający  
zjawiska związane z kapitałem ludzkim

RAPORT PODSUMOWUJĄCY PROJEKT



Publikacja powstała w ramach projektu systemowego **Badanie jakości i efektywności edukacji oraz instytucjonalizacja zaplecza badawczego**, realizowanego przez Instytut Badań Edukacyjnych ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego.

Autorzy: Michał Ramsza

Paweł Kowal

Maciej Lis

Realizacja projektu:



Instytut Badań Strukturalnych  
ul. Rejtana 15 lok. 28  
02-516 Warszawa, Polska  
[www.ibs.org.pl](http://www.ibs.org.pl)

Korekta językowa: Wydawnictwo JAK

Opracowanie graficzne,

skład i łamanie: Maciej Zalewski / alkione.net

Kopiowanie i rozpowszechnianie może być dokonane za podaniem źródła.

© 2015 Instytut Badań Edukacyjnych



Publikacja współfinansowana ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

## Spis treści

Streszczenie .....	7
Streszczenie (Summary) .....	9
1. Wstęp .....	11
2. Opis budowy aplikacji .....	14
2.1. Ogólny opis aplikacji .....	14
2.2. Źródła danych i etapy realizacji projektu .....	15
2.3. Scenariusz bazowy .....	16
2.3.1. Demografia .....	17
2.3.2. Rachunki narodowe .....	18
2.3.3. Rachunki sektorowe .....	18
2.3.4. Rynek pracy .....	19
2.3.5. Sektor publiczny .....	20
2.3.6. Sektor zagraniczny .....	20
2.4. Bazy danych .....	20
2.5. Informatyczne aspekty implementacji modułów .....	21
3. Opis modułów .....	22
3.1. Budowa generycznego modułu .....	22
3.2. Moduł agregatów .....	26
3.2.1. Rola modułu .....	26
3.2.2. Metody .....	26
3.2.3. Implementacja .....	26
3.2.4. Parametryzacja .....	26
3.3. Moduł demograficzny .....	26
3.3.1. Rola modułu .....	26
3.3.2. Metody .....	27
3.3.3. Implementacja .....	28
3.3.4. Parametryzacja .....	28
3.3.5. Szoki .....	29
3.4. Moduł oświatowy .....	29
3.4.1. Rola modułu .....	29
3.4.2. Metody .....	29
3.4.3. Implementacja .....	31
3.4.4. Parametryzacja .....	32
3.4.5. Szoki .....	33
3.5. Moduł wartości dodanej .....	34
3.5.1. Rola modułu .....	34
3.5.2. Metody .....	34
3.5.3. Implementacja .....	35
3.5.4. Parametryzacja .....	35
3.6. Moduł podaży pracy .....	36
3.6.1. Rola modułu .....	36
3.6.2. Metody .....	36
3.6.3. Implementacja .....	39
3.6.4. Parametryzacja .....	39
3.7. Moduł szkolnictwa wyższego .....	41

3.7.1.	Rola modułu .....	41
3.7.2.	Metody .....	41
3.7.3.	Implementacja .....	43
3.7.4.	Parametryzacja .....	44
3.7.5.	Szoki .....	45
3.8.	Moduł kapitału ludzkiego .....	45
3.8.1.	Rola modułu .....	45
3.8.2.	Metody .....	46
3.8.3.	Implementacja .....	48
3.8.4.	Parametryzacja .....	48
3.8.5.	Szoki .....	49
3.9.	Moduł płacowy .....	49
3.9.1.	Rola modułu .....	49
3.9.2.	Metody .....	49
3.9.3.	Implementacja .....	55
3.9.4.	Parametryzacja .....	56
3.10.	Moduł DSGE .....	56
3.10.1.	Rola modułu .....	56
3.10.2.	Metody .....	57
3.10.3.	Implementacja .....	81
3.10.4.	Parametryzacja .....	84
3.10.5.	Szoki .....	85
3.11.	Komunikacja pomiędzy modułami .....	87
4.	Podsumowanie .....	89
	Literatura .....	90
	Dodatek A. Bazy danych .....	92

## Spis rysunków

Rysunek 1: Blokowy diagram aplikacji .....	14
Rysunek 2: Wygląd aplikacji w systemie MS Windows 8.1. ....	15
Rysunek 3: Diagram blokowy koncepcji ekonomicznej modelu. ....	17
Rysunek 4: Podstawowa idea obliczeń implementowanych w module demograficznym. ....	27
Rysunek 5: Rekurencja zastosowana w modelu podaży pracy. ....	38
Rysunek 6: Ogólna struktura modelu .....	59
Rysunek 7: Schemat struktury produkcyjnej .....	61

## Spis tablic

Tablica 1: Tempa konwergencji w rozbiciu na sekcje .....	19
Tablica 2: Autokorelacja szoków .....	79

# Streszczenie

Wersja polska

**Przeznaczeniem aplikacji jest symulacja społeczno-ekonomicznych skutków** kwantyfikowalnych elementów **polityk publicznych**, ze szczególnym uwzględnieniem polityk **związanych z formowaniem i rozwojem kapitału ludzkiego, wyborami edukacyjnymi** oraz konsekwencjami zachodzących procesów dla rynku pracy.

**Aplikacja** bazuje na przekrojowym modelu, który **obejmuje wszystkie główne podsystemy gospodarki**, w tym gospodarstwa domowe, przedsiębiorstwa, sektor badań i rozwoju, publiczną politykę fiskalną i strukturalną. Model opisuje rynki pracy, pieniądza i kapitału w powiązaniu z procesami demograficznymi, postępowaniem technologicznym oraz długofalowym wzrostem gospodarczym.

Dodatkowym **atutem modelu jest zapewnienie w odniesieniu do systemu oświatowego oraz szkolnictwa wyższego pełnej regionalizacji, co pozwala na prowadzenie symulacji na poziomie województw**. Wiele zmiennych przedstawiono w bardzo drobnym podziale uwzględniającym wiek, płeć, poziom wykształcenia, kierunek wykształcenia, zawód czy doświadczenie zawodowe. Ostatecznie aplikacja raportuje ponad 15 tysięcy zmiennych na różnych poziomach regionalizacji oraz podziału. Razem z aplikacją **dostarczany jest scenariusz bazowy** dla okresu od roku 2012 do roku 2050 oraz dane historyczne.

Wykorzystany w aplikacji model jest modelem hybrydowym. **Głównym modułem jest model klasy DSGE** (ang. Dynamic Stochastic General Equilibrium). **Moduł ten jest uzupełniony przez tzw. moduły zewnętrzne**. Całość modelu merytorycznego jest powiązana z wygodnym interface'em użytkownika, pozwalającym na prowadzenie symulacji, wizualizację wyników oraz eksport danych.

Wśród modułów zewnętrznych najważniejszymi są: moduł demograficzny, moduł oświatowy, moduł szkolnictwa wyższego, moduł podaży pracy, moduł kapitału ludzkiego oraz moduł płacowy. Wszystkie te moduły pozwalają na prowadzenie symulacji w ramach specjalistycznych, wydzielonych zakresów, a wyniki tych symulacji są powiązane z ogólnymi zmiennymi makroekonomicznymi poprzez moduł DSGE.

**Moduł demograficzny** jest typowym modelem kohortowym, który **pozwala na prognozowanie, w zależności od współczynników dzietności oraz śmiertelności, liczby ludności w podziale na wiek** (jednoroczne grupy wieku) **i płeć**. Jest kluczowym modelem, na podstawie którego kształtują się pozostałe modelowane procesy.

**Moduł oświatowy** **pozwala na prognozowanie liczby uczniów** w podziale na typ szkoły, lokalizację szkoły, kierunek wykształcenia, płeć i wiek. Moduł **pozwala również na śledzenie liczby absolwentów** w podziale na poziom wykształcenia, kierunek wykształcenia, płeć i wiek.

**Moduł szkolnictwa wyższego** **pozwala na prognozowanie liczby studentów** w podziale na kierunek studiów, tryb studiów, typ finansowania, czas trwania studiów, poziom studiów. Moduł **pozwala również na śledzenie nowych absolwentów** w podziale na wiek, płeć i kierunek studiów.

**Moduł podaży pracy** **pozwala na symulację zjawisk zachodzących na rynku pracy**. Moduł ten **pozwala na prognozowanie liczby osób pracujących, bezrobotnych i nieaktywnych zawodowo** w podziale na poziom wykształcenia, kierunek wykształcenia, zawód oraz sektor PKD.



**Moduł kapitału ludzkiego** pozwala na symulację procesów związanych z akumulacją kapitału ludzkiego. Moduł ten **wyznacza zachowanie się kapitału ludzkiego w podziale na grupy i podgrupy umiejętności, grupy osób oraz wiek.**

**Moduł płacowy** pozwala na **prognozowanie udziału segmentu innowacyjnego w tworzeniu wartości dodanej.** Po uwzględnieniu udziału podsekcji innowacyjnych moduł ten **oblicza płace i ceny** w podziale obejmującym podsekcje innowacyjne i tradycyjne **oraz zatrudnienie** w takim samym podziale.

## Streszczenie (Summary)

*Wersja angielska*

The application is designed to simulate the socio-economic results of quantifiable public policies with an emphasis on policies regarding human capital development and educational choices with consequence for labor market.

The application is built on top of the cross-sectional economic model encompassing all main subsystems of economy including households, enterprise sector, banking sector, R'n'D sector, fiscal policy. The used model describes the behaviour of the labor and capital markets in conjunction with demographic processes, technological progress and long term economic growth.

The model used in the applications allows for simulations on the regional level (voivodeships) with respect to education and higher education. There are many variables disaggregated at the very fine resolution including age, sex, education level, education field, occupation and work experience. There are over 15 thousand variables, at various resolutions and levels, reported by the application. Together with application a user is provided with the base scenario covering period from 2012 through 2050 and historic data.

The model used in the application uses a hybrid approach. The main module is a DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium) model. Additional modules, further referred to as external modules, are specialized to cover specific areas including educations system and human capital accumulation processes. All those modules are accessed by the user through convenient interface that allows setting up new simulations, visualisation of simulation results and export of data.

The most important modules, among the external modules, include demographic module, education module, higher education module, labor supply module, human capital module and wage module. The external modules are specialized to specific areas but their results are put through to the DSGE module influencing basic macroeconomic variables.

The demographic module is a typical cohort model. It allows to simulate the number of people of a given sex and at a given age with respect to mortality and fertility rates. This module is one of the key modules in the applications, almost all other processes are influenced by the results of demographic simulations.

The education model allows to simulate the number of pupils with disaggregation to the school type, localisation, field and also sex and age. This module also allows to calculate the number of alumni with respect to the education level, field, sex and age.

The higher education level allows to simulate the number of students with respect to the field of study, study mode, financing, level and duration. This module also allows to calculate the number of new alumni each year with respect to age, sex and field of study.

The labor supply module allows to simulate processes taking place in the labor market. In particular, this module calculates the number of employed, unemployed and inactive people with respect to level of education, field of study, occupation and enterprise sectors.

The human capital module is specialised to modelling all processes concerned with formation and accumulation of human capital. This module divides skills into various groups on different levels taking into account age and work experience.

The wage module calculates the part of the value added in the economy attributed to the innovative (high tech) sectors. Once this part is approximated, wages and employment are calculated with respect to sections and innovative and traditional subsections.

# 1. Wstęp

Raport dotyczy modelu makroekonomicznego gospodarki polskiej, którego przeznaczeniem jest symulacja społeczno-ekonomicznych skutków kwantyfikowalnych elementów polityk publicznych ze szczególnym uwzględnieniem polityk związanych z formowaniem i rozwojem kapitału ludzkiego, wyborami edukacyjnymi, a także polityk rynku pracy. Model umożliwi dokonywanie oceny wpływu, jaki na wszystkie modelowane zmienne wywrą zadane przez użytkownika modelu egzogeniczne zmiany gospodarcze i interwencje publiczne. Dodatkowym przeznaczeniem modelu jest dokonywanie warunkowych prognoz przyszłego kształtowania się sytuacji społeczno-ekonomicznej w Polsce oraz identyfikacja czynników stojących za obserwowanymi w przeszłości zjawiskami gospodarczymi.

Modele makroekonomiczne stanowią odpowiedź na jeden z podstawowych problemów ekonomii, jakim jest brak możliwości badania gospodarki za pomocą eksperymentów. Konieczne jest więc wymyślenie alternatywnego sposobu testowania teorii ekonomicznych. Jest nim stworzenie sztucznego środowiska symulującego funkcjonowanie gospodarki w zróżnicowanych uwarunkowaniach wewnętrznych i zewnętrznych. Takimi środowiskami, wyrażonymi za pomocą języka równań matematycznych, są właśnie modele. Obecnie wykorzystywanych jest kilka rodzajów modeli, których pobieżną listę podano poniżej:

- *Jednorównaniowe modele statystyczne i ekonometryczne*: są one najstarszą i najlepiej poznaną gałęzią modelowania makroekonomicznego, jednakże ich jakość jest z reguły silnie uzależniona od dostępności danych, ich kompletności i wiarygodności. W analizach dla Polski stanowi to często poważną przeszkodę. Ograniczeniem takich modeli jest również to, że w niepełnym stopniu uwzględniają wiedzę ekonomiczną dotyczącą funkcjonowania gospodarki, gdyż ich priorytetem jest najlepsze dopasowanie do danych statystycznych. Ponadto modele jednorównaniowe są zbyt proste, żeby można było przy ich pomocy modelować złożone systemy ekonomiczne.
- *Modele wielorównaniowe*: charakteryzują się dużą szybkością obliczeń, łatwością obsługi, ich opis gospodarki jest bogaty, jednakże ich przestarzały charakter i selektywne uwzględnianie teoretycznej wiedzy ekonomicznej sprawiają, że zakres ich stosowania jest dzisiaj bardzo wąski. Do pierwszych przykładów tego typu modeli należą modele Wharton w USA i CANDIDE w Kanadzie, zob. Preston (1972), McCracken (1973). Najpopularniejszym z takich modeli w Polsce jest HERMIN, wykorzystywany przez Ministerstwo Gospodarki.
- *Modele równowagi ogólnej (CGE i DSGE)*: stanowią najbardziej kompleksowy opis gospodarki (państwa, regionu) w kategoriach ilościowych. Podstawową zaletą narzędzi tego typu jest silne zakorzenienie w teorii ekonomii, co pozwala na uwzględnianie wiedzy ekonomicznej w znacznie większym zakresie niż w innych rodzajach modeli. Bazują one na modelu konsumenta maksymalizującego swoją użyteczność oraz modelu firmy maksymalizującej zyski. Otrzymane równania opisujące gospodarkę są rozwiązaniami problemów optymalizacyjnych głównych aktorów gry rynkowej (wielu konsumentów i wielu firm). W stosunku do modeli CGE, modele DSGE uwzględniają również niepewność dotyczącą przyszłości. Ponadto, wymagania odnośnie danych statystycznych niezbędnych dla dopasowania danego modelu do rzeczywistych charakterystyk opisywanej gospodarki są znacznie niższe niż dla modeli ekonometrycznych. Modele te łączą w sobie zarówno teorię ekonomii, na poziomie relacji przyczynowo-skutkowych, jak i zależności empiryczne opisujące siłę tych związków (elastyczności). Modele wielorównaniowe, CGE oraz DSGE, odzwierciedlają zależności między sektorami opisywane za pomocą macierzy przepływów międzygałęziowych (input-output).

- *Mikrosymulacje i modele wieloagentowe*: są relatywnie nowym rodzajem modelowania, który stał się możliwy do wykorzystania głównie ze względu na bardzo szybki rozwój komputerów. Modele mikrosymulacyjne są często wykorzystywane do analizowania dystrybucyjnych efektów polityki fiskalnej, gdyż pozwalają na duże zróżnicowanie populacji (np. na decyle rozkładu płac lub dochodów). Przykładem tego typu modeli są model EuroMod, opracowywany na uniwersytecie w Essex, czy polski model SIMPL, rozwijany w fundacji CENEA w Szczecinie. Szczególnym rodzajem modeli mikrosymulacyjnych są modele kohortowe, będące w istocie łańcuchami Markowa, które pozwalają odzwierciedlić dynamikę istotnych zjawisk ekonomicznych w cyklu życia, takich jak np. konsumpcja, płace, czy aktywność ekonomiczna. Tej klasy modele są w szerokim zakresie wykorzystywane w modelu EduMod. Z kolei dużą zaletą modeli wieloagentowych jest możliwość modelowania bardzo złożonych strategicznych zależności pomiędzy aktorami uwzględnionymi w modelu. Modele wieloagentowe stanowią nową klasę modeli i póki co nie zostały jeszcze wypracowane standardowe schematy ich budowania, zob. Kamiński (2012).

Skonstruowany model należy do klasy modeli hybrydowych. Jego główną częścią jest moduł implementujący model klasy DSGE. Ten główny model jest jednak uzupełniony o tzw. modele zewnętrzne, które w większości przypadków są modelami przepływowymi będącymi, w istocie, łańcuchami Markowa. Pozostałe moduły są modelami korekt (przenoszącymi struktury i zapewniającymi agregację/dezagregację) lub czysto technicznymi modułami zapewniającymi odpowiednią propagację danych wewnątrz aplikacji.

Model w przekrojowy sposób obejmuje wszystkie główne podsystemy gospodarki (gospodarstwa domowe, firmy, sektor bankowy, sektor B+R, publiczną politykę fiskalną, monetarną i strukturalną itp.), opisując jednocześnie łączące je rynki (pracy, kapitału itp.) w połączeniu z takimi procesami jak zmiany demograficzne, postęp technologiczny, cykl koniunkturalny i długofalowy wzrost gospodarczy. W opisywanym modelu specjalną uwagę poświęcono mechanizmom strukturalnym i instytucjonalnym decydującym o kształcie gospodarki i jej własnościach, ze szczególnym uwzględnieniem akumulacji kapitału ludzkiego i edukacji oraz ich styku z rynkiem pracy. Model jest zintegrowany z wygodną w użytkowaniu aplikacją (interfejs użytkownika) umożliwiającą łatwą komunikację między nim a użytkownikiem oraz korzystanie z modelu osobom nieposiadającym specjalistycznej wiedzy z zakresu programowania i modelowania ekonomicznego.

Najważniejsze zmienne, jakie obejmuje model, to: PKB i wartość dodana, produkcja sprzedana, konsumpcja prywatna i publiczna, inwestycje prywatne i publiczne, eksport i import, kapitał produkcyjny. Wszystkie te zmienne są podane zarówno na poziomie zagregowanym (ogółem), jak i per capita, a także w podziale sektorowym. Model uwzględnia także podstawowe zmienne rynku pracy, takie jak: zatrudnienie i wskaźnik zatrudnienia, bezrobocie i stopa bezrobocia, aktywność i bierność zawodowa, popyt na pracę i wakaty oraz przepływy między trzema głównymi stanami na rynku pracy (bezrobociem, zatrudnieniem i biernością zawodową).

W modelu zostały uwzględnione wielkości zagregowane (ogółem), a także odpowiednie dezagregacje: według płci, wieku, sektora, zawodów, kwalifikacji (tam gdzie jest to odpowiednie). Przedstawione są również (ogółem, per capita i w podziale sektorowym oraz, jeśli jest to adekwatne, według płci i wieku) zmienne odnoszące się do płac, w tym: wynagrodzenie i fundusz płac oraz produktywność pracy. W modelu zostały też ujęte czynniki demograficzne: ludność ogółem oraz według wieku i płci razem, z odpowiednimi wskaźnikami (np. obciążenia demograficznego, płodności, śmiertelności itp.). Uwzględnione w modelu są także strumienie migracji międzynarodowych.

W odniesieniu do zagadnień związanych z kapitałem ludzkim model bierze pod uwagę akumulację kapitału ludzkiego z uwzględnieniem podziałów według płci, poziomu wykształcenia i kwalifikacji, liczby lat kształcenia oraz doświadczenia zawodowego, a także kierunków i jakości kształcenia. W zakresie aktywności edukacyjnej opisane zostało uczenie się przez całe życie osób dorosłych w systemie formalnym i pozaformalnym oraz uczenie się nieformalne przez praktykę (ang. learning by doing).

W modelu zostały uwzględnione podziały zmiennych z maksymalną możliwą dokładnością. Dla zachowania czytelności prezentacji dostępne są zarówno zmienne zagregowane (np. cała populacja, 10-letnie grupy wieku, główne sekcje gospodarki), jak i zmienne zdezagregowane (np. według 5-letnich grup wiekowych, działów gospodarki). Zmienne przedstawiane w podziale na zawody uwzględniają grupowanie zgodne z klasyfikacją zawodów i specjalności GUS (2010) w rozbiściu na 43 grupy zawodów. Zmienne dla sektorów gospodarki uwzględniają poziom całej gospodarki i jej 7–13 głównych sektorów, a także podział na działy PKD (88 grup). Zmienne wymagające podziału według kierunków kształcenia uwzględniają podział na kierunki ścisłe, humanistyczne, techniczne oraz dokładniejszy podział na 20 najczęściej występujących kierunków studiów i 20 najczęściej występujących zawodów szkolnictwa zawodowego (kwalifikacji).

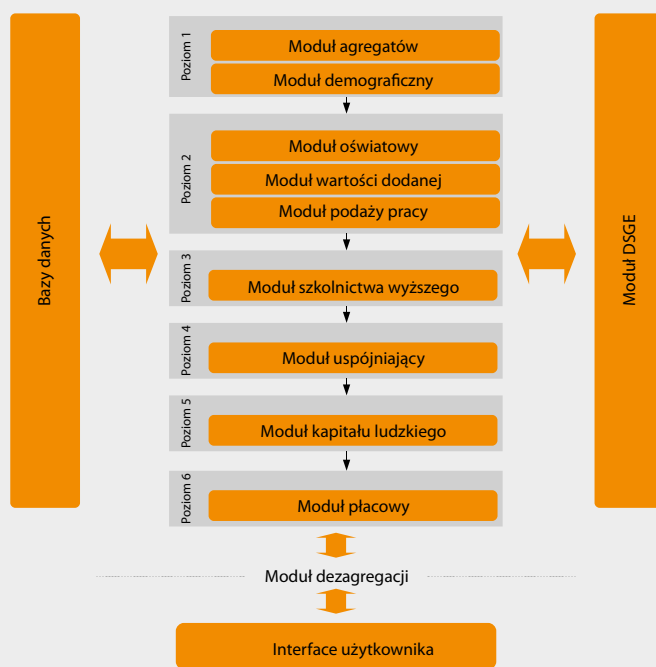
Pozostała część raportu wygląda następująco: w rozdziale 2 zostały przedstawione ogólna budowa aplikacji, budowa i powiązania pomiędzy modułami oraz opisy tablic baz danych, które są wykorzystywane w aplikacji. Rozdział 3 zawiera dokładne opisy wszystkich modułów wykorzystanych w aplikacji. Każdy opis modułu to szczegółowe informacje na temat roli modułu, metodologii, implementacji, metod kalibracji i parametryzacji oraz zaimplementowanych szoków.

## 2. Opis budowy aplikacji

### 2.1. Ogólny opis aplikacji

Jak już wspomniano, aplikacja posiada strukturę hybrydową. Diagram blokowy aplikacji został przedstawiony na rysunku 1. W aplikacji można wydzielić trzy podstawowe części. Trzonem aplikacji jest moduł DSGE. Moduł ten jest odpowiedzialny za przetwarzanie wszystkich występujących w modelu szoków. Z modułem DSGE komunikują się tzw. moduły zewnętrzne, w których implementowane są specyficzne elementy modułu. Wszystkie występujące w modelu zmienne są następnie agregowane/dezagregowane przez łącznik, którym jest moduł dezagregacji, i przekazywane do interfejsu użytkownika. Wszystkie wewnętrzne moduły komunikują się z bazami danych, w których są zapisywane wszelkie zmienne zawierające nie tylko zmienne zewnętrzne modelu, czyli te, które są bezpośrednio dostępne dla użytkownika, ale również wewnętrzne zmienne modelu, do których użytkownik nie ma dostępu. Dokładny opis implementacji modelu został podany w rozdziale 3, szczegółowo dla każdego modułu. Podrozdział 2.5 zawiera główne aspekty techniczne implementacji modelu.

Rysunek 1: Blokowy diagram aplikacji

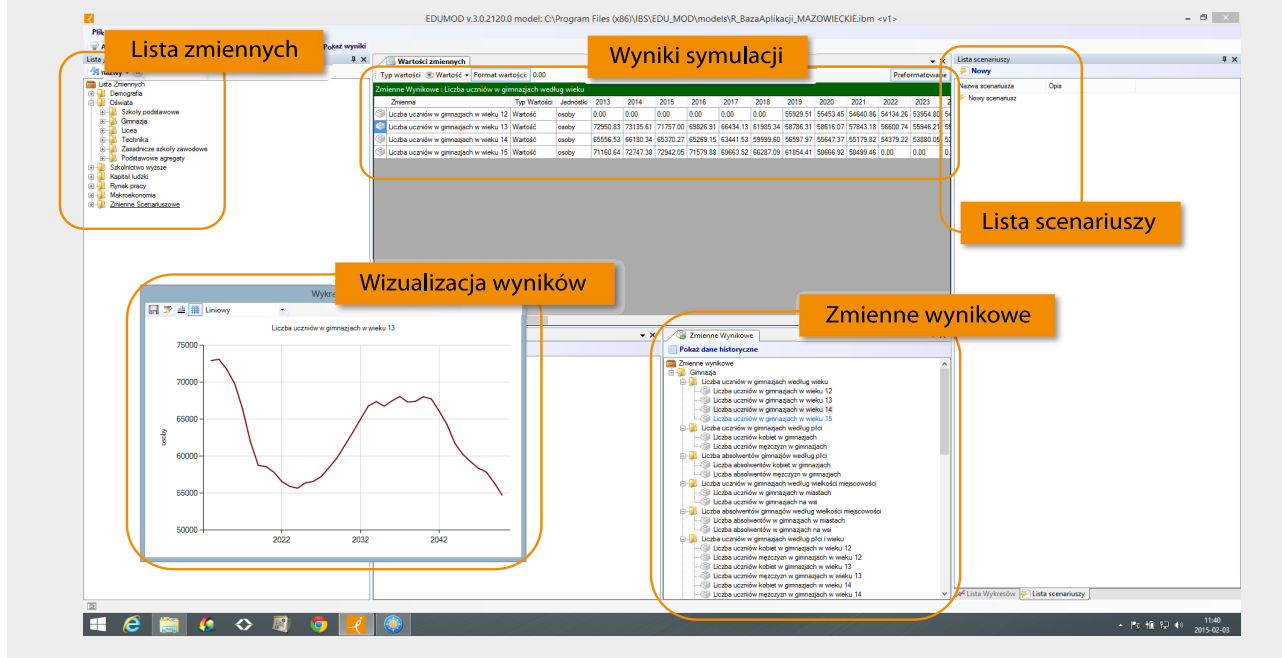


Wygląd aplikacji w systemie MS Windows 8.1 został przedstawiony na rysunku 2. Są na nim widoczne okna listy zmiennych, listy zmiennych wynikowych, wartości zmiennych, danych historycznych, wizualizacji oraz listy scenariuszy. Dokładny opis obsługi aplikacji zamieszczono w podręczniku użytkownika.

Działanie modelu przebiega dwuetapowo. W pierwszym etapie moduły zewnętrzne pobierają dane początkowe z bazy danych oraz dodatkowo parametry wynikające z kalibracji. Po pobraniu danych uruchamiane są moduły wewnętrzne w odpowiedniej kolejności, w tak zwanych poziomach. Na poziomie pierwszym uruchamiane są dwa

## Rysunek 2: Wygląd aplikacji w systemie MS Windows 8.1.

Otworzone są okna listy zmiennych, listy zmiennych wynikowych, wartości zmiennych, danych historycznych, wizualizacji oraz listy scenariuszy.



moduły: moduł agregatów i moduł demograficzny. Na poziomie drugim uruchamiane są trzy moduły: moduł oświatowy, moduł wartości dodanej i moduł podaży pracy. Na poziomie czwartym uruchamiany jest wyłącznie moduł szkolnictwa wyższego. W następnej kolejności uruchamiany jest moduł uspoijniający. Ostatnie dwa uruchamiane moduły to moduł kapitału ludzkiego i moduł płacowy. Kolejność ta jest powtarzana dla każdego okresu, dla którego wykonuje się obliczenia. Dla standardowych danych wejściowych przebieg taki jest wstępnie przetworzony i dostarczany razem z aplikacją. Stworzona w ten sposób trajektoria jest dalej nazywana scenariuszem bazowym. Dokładne założenia metodologiczne dla scenariusza bazowego opisano w podrozdziale 2.3. Scenariusz bazowy jest również zgodny z założonym punktem stacjonarnym modułu DSGE.

Jeżeli użytkownik wprowadzi dodatkowe szoki, otrzymana ścieżka z przeliczenia modułów zewnętrznych będzie różna od założonego scenariusza bazowego. W takim przypadku odchylenia od scenariusza bazowego zostaną przekazane, w sposób multiplikatywny, do modułu DSGE. Moduł DSGE obliczy odpowiednią reakcję i zwróci ją do dalszego obliczania w ramach modułów zewnętrznych. W ten sposób jest zapewniona spójność pomiędzy elementami mikroekonomicznymi a głównym modelem makroekonomicznym. Wprowadzane przez użytkownika szoki nie zmieniają równań w modelu a jedynie wartości przyjętych parametrów. W ten sposób zapewniona jest strukturalna stabilność modelu i szoki nie prowadzą do gwałtownych strukturalnych zmian ani w części mikroekonomicznej, ani w makroekonomicznej.

## 2.2. Źródła danych i etapy realizacji projektu

Realizacja projektu została podzielona na cztery główne etapy. W ramach pierwszego etapu zostało przygotowane jądro modelu w podstawowej krajowej wersji. W etapie drugim jądro modelu zostało rozbudowane o podsystemy dotyczące kapitału ludzkiego oraz budowę interfejsu użytkownika. Etap trzeci obejmował konstrukcję modeli zewnętrznych specjalizowanych do wydzielonych zadań. Końcowy etap czwarty obejmował regionalizację modułów zewnętrznych.



W ramach pierwszego etapu zostało przygotowane jądro modelu w wersji krajowej. Był to międzysektorowy, dynamiczny model stochastycznej równowagi ogólnej (DSGE). Jego konstrukcja została opisana w podrozdziale 3.10.

W ramach drugiego etapu główne jądro modelu (moduł DSGE), zostało rozbudowane, uzupełnione i ustabilizowane (łącznie z testami numerycznymi) do ostatecznej wersji. Etap ten był więc bezpośrednim rozwinięciem etapu pierwszego. W tym etapie rozpoczęto prace nad modułami zewnętrznymi, zostały one wstępnie zarysowane. W tym etapie dokonano również ostatecznego powiązania modelu z interfejsem użytkownika. Budowa interfejsu została opisana w rozdziale 2.

Etap trzeci obejmował ukończenie prac dotyczących modeli zewnętrznych. W ramach tego etapu zostały stworzone, zaimplementowane oraz przetestowane moduły zewnętrzne. Dodatkowo dokonano połączenia modułów zewnętrznych z jądrem modelu, modułem DSGE. Ten etap pozwolił otrzymać pełną dezagregację wszystkich modelowanych zmiennych na poziomie krajowym. Moduły zewnętrzne są opisane w podrozdziałach 3.2–3.9. Rozdział 3 jest poświęcony ogólnej konstrukcji generycznego modułu zewnętrznego.

Etap czwarty dotyczył prac związanych z pełną regionalizacją modelu do poziomu województw. Etap ten był w dużej mierze skoncentrowany na odpowiedniej parametryzacji modeli zewnętrznych oraz na odpowiednim powiązaniu modułów zewnętrznych z jądrem modelu w celu otrzymania spójnych wyników. Regionalizacja jest specyficzna dla modułów i została opisana osobno dla każdego z nich w rozdziale 3.

Istotną częścią pracy przy przygotowywaniu modelu było pozyskanie odpowiednich danych do wykorzystywania w trakcie parametryzacji modułów oraz w analizie danych historycznych. Wszystkie źródła danych wykorzystane w projekcie można podzielić na źródła danych jednostkowych i źródła danych zagregowanych.

Do kalibracji modułu kapitału ludzkiego oraz podaży pracy wykorzystano dane jednostkowe PIAAC (2012) oraz BAEL (2007-2012). Do kalibracji modułu kapitału ludzkiego oraz odpowiednich fragmentów DSGE skorzystano też z danych PISA. Moduły oświaty i szkolnictwa wyższego bazują na danych Systemu Informacji Oświatowej (SIO) oraz POLON.

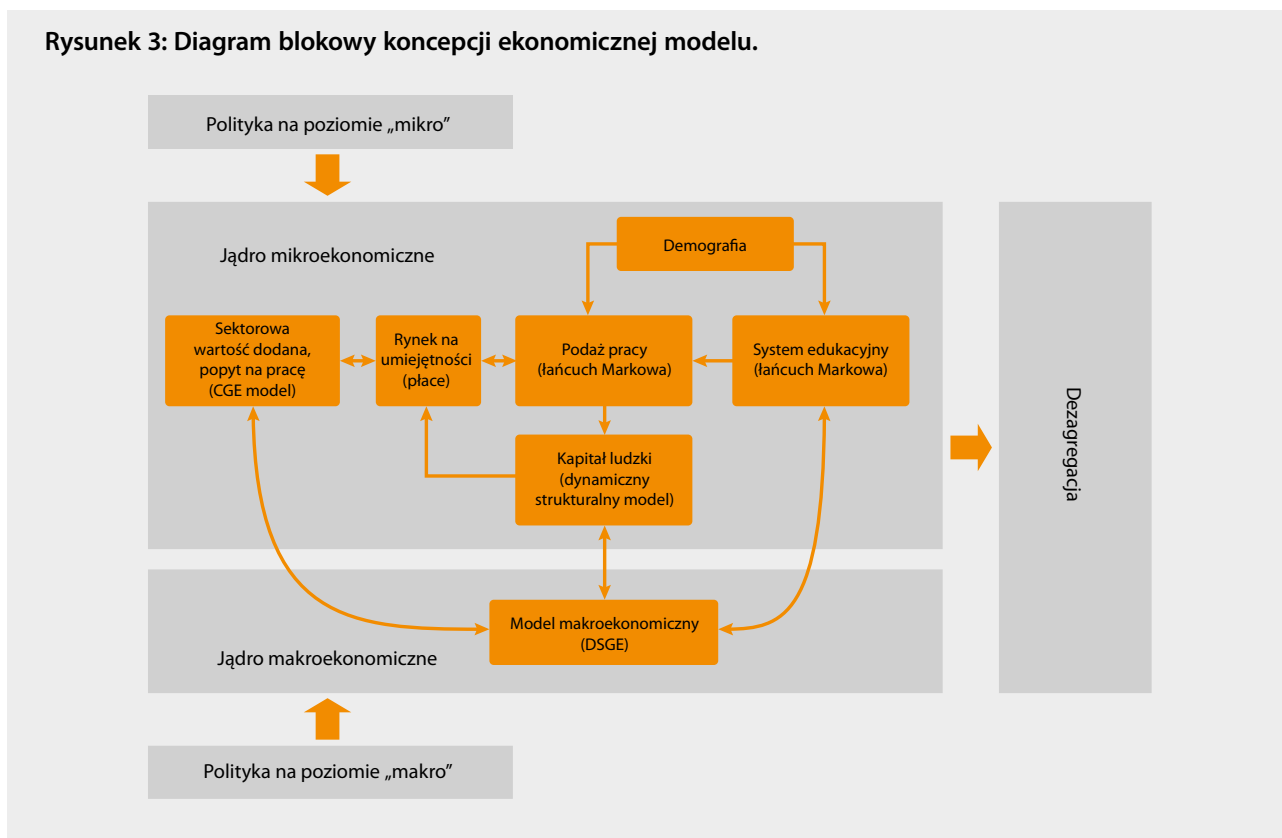
Oprócz danych jednostkowych model jest zasilany szerokim zakresem danych zagregowanych. W szczególności dane te uzyskano z GUS, Banku Danych Lokalnych, bazy Międzynarodowego Funduszu Walutowego oraz baz OECD.

Dokładny opis wykorzystania wymienionych powyżej źródeł danych do kalibracji modułów modelu jest zamieszczony w ramach opisu każdego modułu w podrozdziale Parametryzacja. Dodatkowe informacje dotyczące wykorzystania danych przy konstrukcji scenariusza bazowego są zamieszczone w podrozdziale 2.3.

### 2.3. Scenariusz bazowy

Ogólne powiązania pomiędzy strukturami ekonomicznymi uwzględnionymi w modelu są przedstawione na rysunku 3. Scenariusz bazowy jest wynikiem przetworzenia założonych warunków początkowych, uzgodnionych z punktem stacjonarnym modułu DSGE, przez moduły zewnętrzne oraz zmiennych parametryzujących działanie modułów zewnętrznych uzyskanych w procesie kalibracji modułów zewnętrznych. Zarówno ustalanie warunków początkowych, jak i kalibracja modułów, opierają się na pewnych założeniach metodologicznych, które pokrótce przedstawiono poniżej. Dla wygody założenia te zostały podzielone na grupy: zagadnień demograficznych, makroekonomicznych itd.

Rysunek 3: Diagram blokowy koncepcji ekonomicznego modelu.



### 2.3.1. Demografia

Źródłem historycznych danych demograficznych wykorzystanych do budowy scenariusza bazowego są dane udostępniane przez Główny Urząd Statystyczny w ramach Banku Danych Lokalnych. Dane dla grup jednorocznych poniżej 19. roku życia pochodzą z kategorii „Ludność wg pojedynczych roczników wieku i płci (NTS-5, 1995–2012)”. Natomiast pięcioletnie grupy wieku dla populacji powyżej 19 lat można znaleźć w kategorii „Ludność wg grup wieku i płci (NTS-5, 1995–2012)”. Dane historyczne dotyczą lat od 1995 do 2012.

Dla kolejnych lat, począwszy od roku 2012, została przeprowadzona prognoza demograficzna za pomocą modułu demograficznego modelu EduMod. Moduł ten jest jednocześnie wykorzystywany do tworzenia scenariusza bazowego oraz symulacji. Moduł demograficzny jest deterministycznym modelem prognostycznym stworzonym na podstawie modelu SYDEM 2.0, zob. Bukowski (2010). Okresem bazowym prognozy jest rok 2012, dla którego według GUS liczebność populacji wynosiła ok. 38,5 mln. Sama prognoza przeprowadzona jest na poziomie grup jednorocznych (od 0 do 100) i obejmuje lata 2013–2050. Założenia dotyczące ewolucji współczynników płodności i umieralności są oparte na pracy Matysiak & Nowok (2007), przy czym wartości tych współczynników zostały przeskalowane tak, aby w roku 2012 były zgodne z wartościami empirycznymi. Oczekuje się, że współczynnik dzietności wzrośnie z 1,30 w 2012 do 1,39 w 2030 roku i utrzyma się na tym poziomie do roku 2050. Wzrost współczynnika dzietności uzasadniony jest nasilaniem się zjawiska odkładania decyzji o macierzyństwie. W pracy Matysiak & Nowok (2007) argumentuje się także, że analogiczna sytuacja wystąpiła już w Hiszpanii i we Włoszech. Możliwe jest odniesienie się do historii demograficznej tych krajów, gdyż są podobne do Polski pod względem kulturowym i wartości rodzinnych. W przypadku współczynnika śmiertelności założono, że spadnie on istotnie dla starszych grup wieku. Z tego powodu oczekuje się, że w latach 2013–2050 oczekiwana długość życia wzrośnie z 70 do prawie 78 lat dla mężczyzn, a w przypadku kobiet z 79 do 85 lat. W związku z trudnością oszacowania prognozy migracji założono wielkość migracji netto w 2012 roku na minus 11 tys. Liczba ta powinna systematycznie rosnąć i osiągnąć 0 w 2020 i 17 tys. w roku 2050.

### 2.3.2. Rachunki narodowe

Źródłem danych historycznych dotyczących rachunków narodowych (zawierających typowe zmienne makroekonomiczne, takie jak produkt krajowy brutto, wartość dodana, konsumpcja prywatna, konsumpcja publiczna, eksport, import, inwestycje) dla lat 1995–2012 są szeregi czasowe przygotowywane przez GUS. Wszystkie wartości danych mają charakter realny i zostały przedstawione w milionach złotych z roku 2000. Urealnienie przeprowadzono o indeksy wzrostu wielkości realnych publikowane przez GUS. Ponadto dla wszystkich zmiennych w scenariuszu bazowym policzone są wskaźniki per capita dla populacji z sekcji demograficznej scenariusza bazowego.

Od roku 2012 wartości zmiennych makroekonomicznych są prognozowane. Produkt krajowy liczony jest jako zmienna wynikowa – iloczyn produktywności pracy i liczby zatrudnionych. Zatrudnienie w długim okresie determinowane jest głównie przez demografię.

Dla produktywności pracy założona jest konwergencja do poziomu w gospodarkach najbardziej rozwiniętych, z której wynika malejąca stopa wzrostu. Założony jest stały udział wartości dodanej w PKB ok. 0,89, co odpowiada średniej dla okresu 1995–2012. W prognozowanym okresie oczekuje się wzrostu konsumpcji prywatnej i publicznej liczonej jako odsetek PKB z poziomu 60 do 65 procent dla konsumpcji prywatnej oraz z 17 do 19 procent dla konsumpcji publicznej. Prognoza wskazuje także na malejący udział inwestycji w PKB – spadek z 23 do ok. 17 procent. W scenariuszu bazowym uwzględniony jest również wzrost znaczenia handlu międzynarodowego w postaci symetrycznego wzrostu eksportu i importu z poziomu ok. 40 do ponad 60 procent. Przy tym zakłada się, że bilans handlowy zostanie praktycznie na niezmiennym poziomie.

### 2.3.3. Rachunki sektorowe

Dane dotyczące statystyk sektorowych pochodzą z Eurostatu. Wartość dodana dla każdego sektora według klasyfikacji NACE rev. 2 liczona jest jako odsetek udziału sektora pomnożony przez całkowitą wartość dodaną z sekcji „Rachunki narodowe”. Zatrudnienie, ze względu na brak jednolitych metodologicznie szeregów czasowych, musi być rekonstruowane. Punktem wyjścia są dane od 2004 roku według metodologii NACE rev. 2. Wcześniejsze dane historyczne są rekonstruowane na podstawie danych NACE rev. 1 oraz trendów czasowych. Dane dotyczą udziału w całkowitym zatrudnieniu, które jest wzięte z sekcji „Rynek pracy”. Źródłem danych dotyczących inwestycji jest także Eurostat. Wszystkie dane historyczne są zgodne z metodologią NACE rev. 2, drobne odstępstwa mogą mieć miejsce w przypadku imputacji brakujących danych. Wartość dodana, zatrudnienie oraz inwestycje stanowią podstawowe zmienne w sekcji „Rachunki”, pozostałe zaś otrzymano przez proste działania arytmetyczne.

Prognoza zmiennych sektorowych bazuje na mechanizmie konwergencji struktur gospodarek. Wraz z rozwojem gospodarczym sektorowa struktura zatrudnienia, wartości dodanej oraz produktywności zbiega do tej obserwowanej w krajach najbardziej rozwiniętych. Jako strukturę docelową dla wartości dodanej oraz zatrudnienia wybrano strukturę sektorową gospodarki Niemiec w roku 2012. W przypadku inwestycji, ze względu na ograniczoną dostępność danych wykorzystano Wielką Brytanię. W celu zachowania prostoty i spójności prognozy tempo konwergencji struktury zatrudnienia i wartości dodanej dla wszystkich sektorów zostało ustalone na poziomie 2 procent. Dla inwestycji liczba ta została ustalona na poziomie 1 procenta.

Wartości parametrów konwergencji podane w tablicy 1 zostały estymowane z wykorzystaniem modeli panelowych z efektami stałymi dla 12 krajów dostępnych w bazie danych EU-KLEMS<sup>1</sup>. Uzyskane wartości, podane w tablicy 1, są zgodne z wynikami Jorgensen & Kasek (2011).

1 <http://www.euklems.net/>, zob. O'Mahony & Timmer (2009).

**Tablica 1: Tempa konwergencji w rozbiciu na sekcje**

Sektor	Wartość dodana	Udział funduszu płac	Udział firm innowacyjnych
A	-0.0061	-0.0149	-0.0200
B	-0.0134	-0.0050	-0.0200
C	-0.0085	-0.0036	-0.0200
D	-0.0549	-0.0218	-0.0200
E	-0.0549	-0.0218	-0.0200
F	-0.0701	-0.0098	-0.0200
G	-0.0315	-0.0168	-0.0200
H	-0.0430	-0.0249	-0.0200
I	-0.0008	-0.0186	-0.0200
J	-0.0430	-0.0249	-0.0200
K	-0.0128	-0.0629	-0.0200
L	-0.0527	-0.0231	-0.0200
M	-0.0527	-0.0231	-0.0200
N	-0.0527	-0.0231	-0.0200
O	-0.0355	-0.0203	-0.0200
P	-0.0415	-0.0707	-0.0200
Q	-0.0415	-0.0707	-0.0200
R	-0.0220	-0.0342	-0.0200
S	-0.0220	-0.0342	-0.0200
T	-0.0078	-0.0050	-0.0200

Przeciętne wynagrodzenie według sektorów prognozowane jest przy założeniu równego wzrostu wartości dodanej według sektorów. W przypadku funduszu płac według sektorów dane historyczne pochodzą z Eurostatu, natomiast wartości przyszłe wyliczone są jako iloczyn płacy i zatrudnienia.

#### 2.3.4. Rynek pracy

Punktem wyjścia dla wszystkich zmiennych zagregowanych są wartości na największym stopniu dezagregacji. Podstawowe dane dotyczą liczby aktywnych i biernych zawodowo, a także liczby zatrudnionych i bezrobotnych. Są one zdezagregowane ze względu na płeć i wiek. Dane historyczne na temat rynku pracy zostały zaczerpnięte z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności.

Dla okresu 2013–2050 prognozowane są odsetki przy dezagregacji na płeć i 1-letnie grupy wieku. Do tego celu wykorzystano narzędzie prognostyczne oparte na modelowaniu zmiany statusu na rynku pracy, oparte o łańcuch Markowa. Model ten umożliwi prognozę udziału poszczególnych grup ze względu na status na rynku pracy. W następnej kolejności odsetki zostają nałożone na prognozę demograficzną.

Poza statusem zatrudnienia uwzględniono też zmienne odnoszące się do wynagradzania i produktywności. Są to fundusz płac, przeciętne wynagrodzenie oraz produktywność pracy. Produktywność pracy dla danych historycznych liczona jest jako stosunek PKB do liczby zatrudnionych. Prognoza wskazuje, że stopa wzrostu produktywności najpierw stopniowo wzrośnie z 2,4 do 3 procent w 2030 roku, a następnie zanotuje spadek do 1,9 procent w roku 2050. Przeciętne wynagrodzenie jest to miesięczne przeciętne wynagrodzenie w gospodarce narodowej publikowane przez GUS, skorygowane o inflację. Przyszłe wartości obliczane są przez nałożenie prognozowanej dynamiki wartości dodanej. Fundusz płac jest zdefiniowany jako iloczyn przeciętnego wynagrodzenia oraz liczby zatrudnionych.

### 2.3.5. Sektor publiczny

Wszystkie założenia odnoszące się do elementów sektora publicznego, a dotyczące dochodów, wydatków i zadłużenia sektora publicznego, bazują na danych przygotowanych przez Eurostat zgodnie z metodologią ESA 95. Poszczególne wartości pierwotnie występują w postaci udziału w nominalnym PKB, natomiast w scenariuszu bazowym wykorzystane są wartości pomnożone przez realny PKB.

Wartości przyszłe całkowitych dochodów są obliczane przy założeniu zachowania jak najmniejszej zmienności. Założono, że dochody całkowite wzrosną o 0,7 punktu procentowego w 2014 roku i utrzymają się na poziomie 40 procent PKB do roku 2021. Ponadto w 2021 roku założono drugi stały wzrost dochodu o 1 punkt procentowy. Powyższe założenia podyktowane są wysokością długu publicznego. Zachowanie status quo groziłoby przekroczeniem 60- procentowego progu ostrożnościowego. Przyjęto, że wzrosty dochodów całkowitych rozkładają się proporcjonalnie na wszystkie mniejsze kategorie. W skład dochodów sektora publicznego wchodzi: podatek VAT (D.211), PIT (D.51a+D.51c1), CIT (D.51b+D.51c2), akcyza (D.214A+D.2122c) oraz składki na ubezpieczenia społeczne (D.611). W nawiasach podano sygnatury zmiennych według metodologii ESA 95.

W przypadku prognozowanych wydatków sektora publicznego przyjęto założenie o stałym udziale tego rodzaju wydatków w PKB. W ramach wydatków wydzielono dodatkowo transfery społeczne (D.62PAY).

### 2.3.6. Sektor zagraniczny

W ramach sektora zagranicznego uwzględnione są oprocentowanie obligacji zagranicznych oraz realny efektywny kurs walutowy. Jako oprocentowanie obligacji zagranicznych wykorzystano oprocentowanie obligacji dziesięcioletnich dla strefy Euro z danych Eurostatu. Dane o realnym efektywnym kursie walutowym pochodzą z Banku Rozliczeń Międzynarodowych (Bank of International Settlement) i dla przyszłych lat założono wartość z ostatniego roku 2012, por. Meese & Rogoff (1983).

## 2.4. Bazy danych

Wszystkie tabele są zapisywane w bazie danych SQLite. Z technicznego punktu widzenia pozwala to na taką implementację aplikacji, w której nie ma potrzeby uruchamiania dodatkowego procesu obsługującego bazę danych, a moduły napisane w języku R mogą bezpośrednio czytać dane z plików na dysku twardym. Takie rozwiązanie upraszcza konstrukcję aplikacji.

W dodatku A zamieszczono kompletną listę tabel w bazie danych, z których bezpośrednio korzystają moduły aplikacji wraz z opisem kodów występujących w polach tych tabel.

## 2.5. Informatyczne aspekty implementacji modułów

Poniżej zebrane są wszystkie główne techniczne aspekty związane z implementacją obliczeń modelu oraz wykorzystaniem aplikacji.

**Użyte technologie.** Wszystkie moduły zewnętrzne są napisane w języku R. Moduł DSGE jest napisany w języku FORMA, który jest implementowany w języku C++. Sam interface aplikacji jest implementowany w języku C#. Całość aplikacji nie wymaga instalowania dodatkowych komponentów i jest przeznaczona do pracy w systemie MS Windows XP lub nowszym. Ze względów wydajnościowych zalecane jest użycie systemu MS Windows 7 lub nowszego.

**Bazy danych.** Wszystkie dane są zapisywane w bazie danych SQLite. Baza ta jest implementowana w bibliotece napisanej w języku C i nie jest oparta o rozwiązanie typu klient-serwer, co umożliwia jej łatwe zastosowanie jako komponentu większych aplikacji (ang. embedded database). Wymiana danych pomiędzy modułami zewnętrznymi, modułem DSGE oraz interfejsem użytkownika jest realizowana wyłącznie przez bazę danych, co powoduje, że podczas obliczeń wykonywanych jest dużo operacji dyskowych. Z tego powodu zaleca się użycie szybkich dysków SSD.

**Techniki implementacji obliczeń.** W modułach zewnętrznych oraz module DSGE wykorzystane są dwie podstawowe techniki informatyczne służące przyspieszeniu obliczeń oraz zmniejszeniu zapotrzebowania na pamięć.

Pierwsza z nich to *wektoryzacja obliczeń*. Formalnie, wektoryzacja obliczeń jest to proces zamiany skalarnej implementacji obliczeń, która w danej chwili przetwarza pojedynczą parę argumentów (ang. operands), na implementację wektorową, w ramach której przetwarzana jest jedna operacja na wielu parach argumentów. Technika ta jest szczególnie ważna w językach interpretowanych, jakim jest wykorzystany w aplikacji język R, i pozwala zwiększyć szybkość wykonywanych obliczeń nawet o kilka rzędów wielkości.

Druga technika, która została wielokrotnie wykorzystana w aplikacji, to zapisywanie danych w tzw. strukturach rzadkich (ang. sparse representation). Ze względu na metody matematyczne wykorzystane w modelu, w ramach obliczeń numerycznych powstają macierze wielkiego wymiaru, które zawierają głównie zera poza niewielką liczbą elementów niezerowych. Zapisywanie takich macierzy w strukturze zwartej powoduje zapisywanie wszystkich ich elementów, a więc również zer, w pamięci. Postać rzadka zapisuje jedynie elementy niezerowe oszczędzając konieczną ilość pamięci.

## 3. Opis modułów

### 3.1. Budowa generycznego modułu

Standardowy moduł (implementowany w języku R) składa się z kilku typowych części, które zostaną tutaj pokrótce omówione. Implementacje poszczególnych modułów nie różnią się pomiędzy sobą, dlatego w opisach konkretnych modułów będzie prezentowana tylko część dotycząca implementacji algorytmu, natomiast części czysto techniczne nie będą osobno omawiane.

Deklaracja typowego modułu została przedstawiona na listingu 1. W ramach deklaracji sprawdza się, czy istnieje już zadeklarowany moduł o danej nazwie i jeżeli istnieje, to następuje usunięcie takiej deklaracji, a następnie zadeklarowanie danej klasy ewentualnych wartości wewnętrznych modułu oraz klasy, z której dziedziczy dany moduł (wspólnej dla wszystkich modułów).

**Listing 1: Deklaracja typowego modułu**

```
1  # usuwanie ewentualnych klas o takiej samej nazwie
2  if (isClass("modul_przykladowy")){removeClass("modul_przykladowy")}
3
4  # deklaracja klasy
5  setClass(
6      Class="modul_przykladowy",
7
8      # ewentualne wewnętrzne stany modułu
9      slots=c("poleDodatkowe" = "numeric"),
10     contains=c("Module")
11 )
```

Oprócz deklaracji, w ramach modułu implementowane są konstruktor i destruktory, przedstawione odpowiednio na listingach 2 i 3. Zarówno konstruktor, jak i destruktory, to standardowe metody dla zadeklarowanej klasy. Głównym zadaniem obu tych metod jest tworzenie dodatkowych elementów, które są konieczne do przeprowadzenia obliczeń. Typowe zastosowanie to wczytanie wewnętrznych danych modułu oraz ich zapisywanie, ewentualnie deklaracje obiektów dla części modułu, które są implementowane w innych językach programowania (w praktyce tylko moduł DSGE implementowany w C++).

**Listing 2: Konstruktor**

```
1  setMethod(
2      f = "MODULE_customInitialize",
3      signature = "modul_przykladowy",
4      definition = function(object){
5
6      # w tym miejscu implementowane sa dodatkowe elementy inicjalizacji,
7      # np. deklaracje obiektow w modelu DSGE
8
9      }
10 )
```

### Listing 3: Destruktor

```
1  setMethod(  
2    f = "MODULE_customDestructor",  
3    signature = "modul_przykładowy",  
4    definition = function(object){  
5  
6      # w tym miejscu implementowane sa dodatkowe elementy  
7      # destruktora wewnątrz procesu obliczeniowego  
8  
9    }  
10 )
```

Każdy moduł działa na zasadzie pobrania danych wejściowych, wczytania ewentualnych stanów wewnętrznych, dokonania obliczeń, zapisania ewentualnych stanów wewnętrznych i zapisania zmiennych wyjściowych (zazwyczaj nowych wartości zmiennych wejściowych). Cała sekwencja obliczeń jest dodatkowo umiejscowiona w czasie. Wszystkie te informacje są przekazywane do modułu dwoma metodami. Na listingu 4 przedstawiona została metoda określająca okresy dla zmiennych, z których moduł korzysta. Typowo, jeżeli obliczenia są prowadzone dla roku  $t$ , to dane wejściowe pochodzą z roku  $t-1$ . Listing 5 przedstawia metodę określającą okresy dla zmiennych wyjściowych. Jej konstrukcja jest praktycznie identyczna jak w przypadku metody określającej okresy dla zmiennych wejściowych. Ważne jest, aby definicje okresów dla zmiennych były zgodne z plikami konfiguracyjnymi, a w szczególności z częściami `MODULE_INITIALIZE_INFO: variableIN` i `MODULE_INITIALIZE_INFO: variableOUT` (okresy muszą być określone dla zmiennych, które są zdefiniowane jako zmienne wejściowe i wyjściowe w pliku `task_definition`).

### Listing 4: Zmienne wejściowe

```
1  setMethod(  
2    f = "MODULE_setHistoryIntervalsForVariableIN_researcherPart",  
3    signature = "modul_przykładowy",  
4    definition = function(object){  
5  
6      # w tym miejscu określa się rok (lata) danych, z których moduł korzysta  
7  
8      # zakłada się, że wszystkie dane z roku n (object@myPresentIntervals)  
9      # są dostępne  
10  
11     # zakłada się, że dane z roku n+1 są dostępne tylko w części wynikającej  
12     # z poziomu, # w który uruchamiany jest moduł  
13  
14     # dane z tabel _pom dostępne są wszystkie  
15  
16     # tabele tutaj deklarowane muszą odpowiadać tabelą deklarowanym w części  
17     # MODULE_INITIALIZE_INFO: variableIN (plik task_definition)  
18  
19     # obecny rok  
20     tmpToday <- object@myPresentIntervals
```



```

21   # nastepny rok
22   tmpTomorrow <- as.character(as.numeric(object@myPresentIntervals) + 1)
23   # tworzenie listy zawierajacej okresy dla przykladowych tabel
24   retList <- list()
25   retList$tab_populacja_sb <- as.character(tmpToday)
26   retList$tab_udzQInwk_pom <- tmpTomorrow
27
28   return(retList)
29 }
30 )

```

### Listing 5: Zmienne wyjściowe

```

1  setMethod(
2    f = "MODULE_setFutureIntervalsForVariableOUT_researcherPart",
3    signature = "modul_przykladowy",
4    definition = function(object){
5
6      retList <- list()
7      tmpTomorrow <- as.character(as.numeric(object@myPresentIntervals) + 1)
8      retList$tab_przykladowaTabela_sb <- as.character(tmpTomorrow)
9
10     return(retList)
11   }
12 )

```

Całość modelowa jest implementowana w metodzie `MODULE_doModuleCalculate`. Wewnętrzna struktura tej metody zależy od modułu, ale typowe są następujące kroki: wczytanie danych z tabel zawartych w bazie danych, wykonanie obliczeń oraz przekazanie wartości zmiennych do zapisania w odpowiednich tabelach. Pierwszy i ostatni krok są ściśle związane z metodami ustawiającymi czas oraz zmienne wejściowe i wyjściowe. Przykładowa implementacja została pokazana na listingu 6.

### Listing 6: Metoda zawierająca model

```

1  setMethod(
2    f = "MODULE_doModuleCalculate",
3    signature = "modul_przykladowy",
4    definition = function(object){
5
6      # wczytanie danych / parametrow z bazy danych
7      population <- VARIABLE_getVariable(object@variableListIN[["tab_populacja_sb"]])
8      udzQInwk <- VARIABLE_getVariable(object@variableListIN[["tab_udzQInwk_pom"]])
9      parametr <- PARAM_getParameter(object@parameterListIN[["param_hcSkilStrZawSekt"]])
10
11     # w tym miejscu definiowane sa dodatkowe funkcje
12     # implementujace model matematyczny

```

```

13     # przykładowa definicja funkcji
14     f1 <- function() {
15         # ciało funkcji
16     }
17
18     # okres t+1
19     tmpTomorrow <- as.character(as.numeric(object@myPresentIntervals) + 1)
20
21     # definiowanie przykładowej ramki danych
22     przykładowaTabela_nowyRok <- data.frame(
23         "klasa" = rep(c("a","b"), c(2,3)),
24         "wartosc" = sample(10,5),
25         "rok" = rep(tmpTomorrow, 5),
26         stringsAsFactors = FALSE
27     )
28
29     # przekazanie wyników do wstawienia do baz danych
30     object@variableListOUT[["tab_przykładowaTabela_sb"]] <- VARIABLE_setValue(
31         # pod jaką zmienna wyjściowa podstawiamy wartość
32         object@variableListOUT[["tab_przykładowaTabela_sb"]],
33         # dla jakiego roku (teoretycznie można zwrócić na kilka lat...)
34         tmpTomorrow,
35         przykładowaTabela_nowyRok # zwracana ramka danych
36     )
37
38     return(object)
39 }
40 )

```

We wszystkich opisach modułów wyróżniono punkty:

- rola modułu – ogólny opis, który podaje rolę modułu w kontekście całego modelu; opis ten pozwala lepiej zrozumieć logiczne powiązania pomiędzy modułami oraz umiejscawia moduł w kontekście całego modelu;
- metoda – jest to dokładny opis modelu matematycznego implementowanego w module; w zależności od skomplikowania modułu podrozdział ten może albo w ogóle nie zawierać wzorów matematycznych, przez sytuację gdzie zawiera kilka wzorów aż do skomplikowanych modułów, dla których zawierają dużą liczbę wzorów matematycznych;
- implementacja – jest to ogólny opis implementacji modelu; ta część opisu modułu jest zazwyczaj techniczna;
- kalibracja – jest to odniesienie się do danych, które posłużyły do kalibracji modułu oraz ogólny opis wykorzystanej metody; w przypadku bardziej skomplikowanych modułów sekcja ta zawiera odniesienia do innych raportów, zawierających bardzo dokładne opisy zastosowanych procedur;
- szoki – jeżeli w danym module są implementowane szoki, to są one opisane w tej sekcji; jeżeli w module nie ma implementowanych szoków, to sekcja ta jest pominięta.

## 3.2. Moduł agregatów

### 3.2.1. Rola modułu

Moduł agregatów jest najprostszym modułem w aplikacji. Jediną rolą tego modułu jest dostarczenie scenariusza bazowego dla wartości dodanej brutto w gospodarce dla innych modułów korzystających z tego szeregu czasowego w aplikacji. Moduł ten dostarcza również bezpośredniej integracji z modułem DSGE (podrozdział 3.10) w zakresie scenariusza bazowego oraz implementowanych szoków.

### 3.2.2. Metody

Moduł wczytuje szereg wartości dodanej brutto w gospodarce zgodny z szeregiem bazowym dla modułu DSGE. W module nie dokonuje się żadnych obliczeń, a jedynie przekazuje wczytane dane. Jest to więc jeden z modułów zapewniających spójność modeli implementowanych w modułach zewnętrznych z modułem DSGE.

### 3.2.3. Implementacja

W module nie dokonuje się żadnych obliczeń, a jedynie następuje wczytanie szeregu czasowego wartości dodanej brutto w gospodarce zgodnego ze scenariuszem bazowym modułu DSGE. W związku z tym moduł nie wczytuje żadnych baz danych, a jedynie zapisuje dane do tabeli.

- `tab_wartoscDodanaBrutto_sb`

### 3.2.4. Parametryzacja

Ze względu na ściśle techniczny charakter modułu agregatów moduł ten nie jest kalibrowany. Podstawy metodologiczne tworzonej ścieżki bazowej zostały przedstawione w podrozdziale 2.3 a kalibracja modułu DSGE w podrozdziale 3.10.

## 3.3. Moduł demograficzny

### 3.3.1. Rola modułu

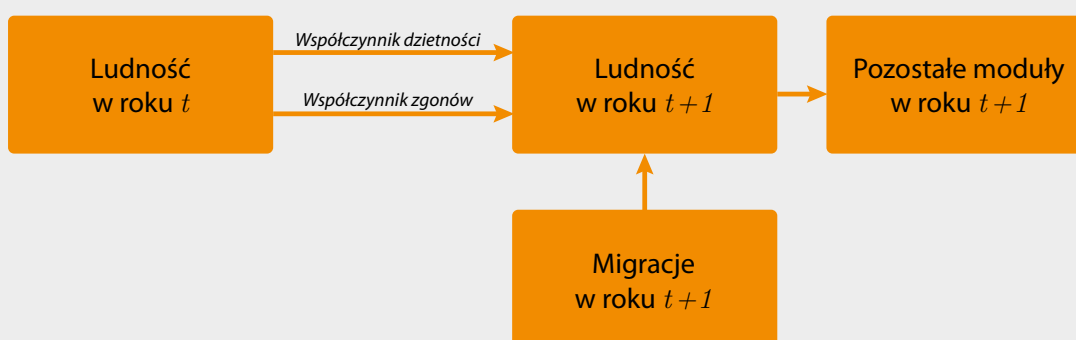
Podstawową rolą modułu jest zapewnienie prognozy liczby ludności w podziale na wiek i płeć. Moduł ten pozwala zatem na symulację procesów demograficznych umożliwiającą analizę wpływu zmian płodności, ryzyka zgonu itp. na populację z rozdzielną roczną. Jako taki jest to podstawowy model umożliwiający dokonywanie warunkowych prognoz przyszłego kształtowania się sytuacji społeczno-ekonomicznej w Polsce, a w szczególności kwestii kształtowania się akumulacji kapitału ludzkiego i rynku pracy.

### 3.3.2. Metody

Moduł demograficzny jest typowym modelem kohortowym, który umożliwia prognozę liczby ludności według wieku i płci. Zaimplementowany model uwzględnia jednoroczne grupy wieku. Obok modułu DSGE moduł demograficzny jest fundamentalnym modułem całościowego modelu. Na podstawie wyników symulacji dotyczących liczby ludności prowadzone są dalsze obliczenia, w szczególności odnoszące się do takich elementów jak podaż pracy, kwestie związane z rynkiem edukacyjnym, modelowane w modułach oświatowym i szkolnictwa wyższego, oraz elementów kształtowania się procesu akumulacji kapitału ludzkiego. Rola tego modułu jest odzwierciedlona również w tym, że jest to jedyny moduł (poza modułem agregatów, którego znaczenie jest wyłącznie techniczne) uruchamiany na pierwszym poziomie ogólnej pętli symulacyjnej, por. rysunek1.

Jak już wspomniano, model implementowany w module demograficznym jest typowym modelem kohortowym, a więc matematycznie opiera się na prostym łańcuchu Markowa. Ogólna idea modelu została przedstawiona na rysunku 4.

**Rysunek 4: Podstawowa idea obliczeń implementowanych w module demograficznym.**



W celu dokonania dokładnego opisu matematycznego zaimplementowanego modelu konieczne jest wprowadzenie następujących indeksów. Przez  $a$  będzie oznaczany wiek danej kohorty, przez  $t$  będzie oznaczany czas, a przez  $s$  płeć, gdzie  $s \in \{f, m\}$ , gdzie  $f$  oznacza kobiety, a  $m$  mężczyzn. W dalszej części opisu zakłada się, że chwila  $t = 1$  odpowiada pierwszemu okresowi symulacji, a więc (w standardowym scenariuszu bazowym) będzie to rok 2013.

Dodatkowo do opisu matematycznego będzie wygodnie wprowadzić następujące oznaczenia.

Przez  $x_t^{s,a}$  będzie oznaczana liczba osób płci  $s$  w wieku  $a$  w czasie (roku)  $t$ . W modelu występują również następujące parametry: przez  $\rho_t^{s,a}$  oznaczony jest współczynnik śmiertelności w chwili (roku)  $t$  dla płci  $s$  w wieku  $a$ , przez  $\beta_t^a$  oznaczony jest współczynnik dzietności w chwili (roku)  $t$  dla kobiet w wieku  $a$ , a przez  $\alpha_t^s$  oznaczony jest odsetek rodzących się dzieci płci  $s$  w chwili (roku)  $t$ . Oczywiście dla dowolnego  $t$  zachodzi  $\alpha_t^f + \alpha_t^m = 1$ .

Cała logika działania modułu jest oparta na równaniu rekurencyjnym o postaci:

$$x_{t+1}^{s,a+1} = (1 - \rho_t^{s,a})x_t^{s,a} + \text{migracje}, \quad (1)$$

gdzie  $s \in \{f, m\}$  i  $t = 1, 2, \dots$ . Powyższe równanie jest oczywiście prostym łańcuchem Markowa, gdzie prawdopodobieństwa przejścia są modelowane przez współczynniki śmiertelności  $\rho_t^{s,a}$ . Postać macierzy przejścia jest blokowa, gdzie każdy blok odpowiada płci. Migracje są modelowane w sposób egzogeniczny.

Liczność dla wieku  $a = 0$  (narodziny) jest modelowana endogenicznie zgodnie ze wskaźnikami dzietności i odsetkami płci rodzących się:

$$x_{t+1}^{s,0} = \alpha_t^s \sum_{a=15}^{49} x_t^{f,a} \beta_a, \quad (2)$$

gdzie  $t = 1, 2, \dots$ . Taki model liczności dla wieku  $a = 0$  jest endogeniczny, ale zależny od egzogenicznych parametrów.

### 3.3.3. Implementacja

Podstawowy schemat obliczeń przedstawia się następująco:

- 1 Definicja funkcji pomocniczych
  - `PopulationOneStep()`
  - `main_forecast()`.
- 2 Wczytanie danych.
- 3 Przygotowanie wewnętrznych struktur danych (wektoryzacja obliczeń).
- 4 Prognoza w horyzoncie jednego roku.
- 5 Zapisanie prognozy do bazy danych.

Moduł pobiera dane z następujących tabel:

- `tab_populacja_sb`
- `tab_wspZgon_pom`
- `tab_wspMigr_pom`
- `tab_wspPłod_pom`
- `tab_wspUrodz_pom`

Moduł zapisuje dane do następujących tabel:

- `tab_populacja_sb`

### 3.3.4. Parametryzacja

Parametryzacja modelu sprowadza się do ustalenia stanu początkowego oraz egzogenicznych parametrów modelu, a więc współczynników śmiertelności, dzietności oraz udziałów płci nowo rodzących się dzieci. Wszystkie wymienione parametry modelu zostały skalibrowane na podstawie zewnętrznych danych. W szczególności kluczowe parametry zostały ustalone na podstawie pracy Matysiak & Nowok (2007).

Ponieważ kalibracja modułu jest oparta na pracy Matysiak & Nowok (2007), w istocie jest to zatem powtórzenie procedury zawartej w tej publikacji. Procedura ta sprowadza się do wyznaczenia punktowych prognoz dla współczynników dzietności, śmiertelności i migracji netto. Następnie sięga się po empiryczną specyfikację struktury błędów, zgodnie z Alho & Spencer (2005). Dokładny opis procedury można znaleźć w Matysiak & Nowok (2007), str. 304.

Dane historyczne oraz scenariusz bazowy do roku 2050 zostały skonstruowane na podstawie danych GUS oraz prognozy demograficznej GUS. Prognoza demograficzna stanowi punkt wyjścia do wyznaczenia oczekiwanych intensywności migracji, zdefiniowanych w taki sposób, żeby odzwierciedlić prognozę demograficzną w rozbiu na wiek i płeć do roku 2050 przy określonych parametrach współczynników śmiertelności oraz dzietności.

Regionalne wersje modułu demograficznego mają identyczną strukturę oraz wartości współczynników dzietności i śmiertelności jak wersja krajowa modułu. Moduły regionalne różnią się jednak początkowym stanem demograficznym, wyznaczonym na podstawie danych GUS, oraz intensywnościami migracji. Intensywność migracji w wersjach regionalnych modułów została wyznaczona analogicznie jak dla Polski, tj. w taki sposób, żeby odzwierciedlić prognozę demograficzną GUS dla poszczególnych regionów.

### 3.3.5. Szoki

**Szok dzietności.** Szok dzietności określa wartość parametru dzietności kobiet w modelu demograficznym. Jest on określany w pięcioletnich grupach wiekowych (15-19, 20-24, 25-29, 30-34, 35-39, 40-44, 45-49) i modyfikuje parametry  $\beta$  w równaniu (2).

**Szok śmiertelności.** Szok ten określa wartości parametru śmiertelności kobiet i mężczyzn. Jest on określany oddzielnie dla kobiet i mężczyzn w dziesięcioletnich grupach wiekowych (0-9, 10-19, 20-29, 30-39, 40-49, 50-59, 60-69, 70-79, 80+) i modyfikuje parametry  $\rho$  w równaniu (1).

**Szok migracji.** Określa liczbę kobiet i mężczyzn. Szok ten jest określany w dziesięcioletnich grupach wiekowych, takich samych jak w przypadku szoku śmiertelności. Szok ten określa egzogeniczną część „migracje” w równaniu (1).

## 3.4. Moduł oświatowy

### 3.4.1. Rola modułu

Moduł oświatowy jest jednym z modułów, które są całkowicie wyspecjalizowane do modelowania zjawisk zachodzących w ramach rynku edukacyjnego. Moduł oświatowy obejmuje zakres rynku edukacyjnego od wychowania przedszkolnego przez szkoły podstawowe, gimnazja aż do szkół licealnych, techników oraz zasadniczych szkół zawodowych.

### 3.4.2. Metody

Jak już wspomniano, moduł oświatowy, podobnie jak moduł szkolnictwa wyższego, jest wyspecjalizowany w kwestiach modelowania rynku edukacyjnego. Moduł ten obejmuje zakres kształcenia od opieki przedszkolnej do średniego poziomu wykształcenia. W szczególności celem tego modułu jest obliczenie liczby dzieci/uczniów

(z uwzględnieniem zmian demograficznych) w danej szkole, w danej lokalizacji i o danym kierunku (tam gdzie jest to odpowiednie) oraz ustalenie liczby absolwentów w rozbiciu na płeć, wiek oraz kierunek, co jest istotne przy ustaleniu struktury wykształcenia. Dodatkowo moduł oblicza liczbę nauczycieli dydaktycznych w rozbiciu na typy szkół.

Struktura sektora jest rozbita na poziomy kształcenia, lokalizacje oraz kierunki. W szczególności zostały wyróżnione:

- przedszkola, gdzie nie wyróżnia się kierunków, ale została wyróżniona lokalizacja w podziale na miasto i wieś;
- szkoły podstawowe, gdzie podobnie jak w przypadku przedszkoli nie wyróżnia się kierunków, ale została wyróżniona lokalizacja w podziale na miasto i wieś;
- gimnazja, gdzie nie zostały wyróżnione kierunki, ale zostało wprowadzone zróżnicowanie lokalizacji w podziale na miasto i wieś;
- zasadnicze szkoły zawodowe, gdzie nie została wyróżniona lokalizacja; w ramach zasadniczych szkół zawodowych zostały wyróżniono 5 kierunków zgodnie z podziałem ISCED; nie wprowadzono podziału ze względu na lokalizację z powodu małej liczby uczniów w szkołach w poza miastami;
- licea ogólnokształcące, gdzie nie jest wprowadzony podział ani ze względu na lokalizację, ani ze względu na kierunki (jest to pojedynczy kierunek); podobnie jak w przypadku zasadniczych szkół zawodowych liczba uczniów w szkołach poza miastami nie wpływa na wyniki symulacji;
- technika, gdzie zostało wyróżnionych 5 kierunków zgodnie z podziałem ISCED; podobnie jak w przypadku zasadniczych szkół zawodowych i liceów ogólnokształcących, liczba uczniów w szkołach poza miastami jest tak mała, że nie wpływa na wyniki symulacji; szkoły artystyczne również są klasyfikowane jako technika.

Zgodnie z danymi GUS podawanymi w ramach Bazy Danych Lokalnych liczba uczniów w zasadniczych szkołach zawodowych, technikach i liceach ogólnokształcących w lokalizacji wieś jest niezerowa, ale ze względu na to, że raportowane liczby są bardzo niewielkie, w modelu nie uwzględniono tego podziału.

Ze względu na zmianę wieku, w którym dzieci idą do pierwszej klasy szkoły podstawowej, wprowadzoną w systemie oświaty w module zostały zaimplementowane dwa modele: jeden dla starej podstawy programowej i jeden dla nowej podstawy programowej.

Idea zaimplementowanego modelu opiera się na równaniu rekurencyjnym. Stan modelu jest zapisywany w dwóch zmiennych. Pierwsza zmienna  $s_t^\ell$  opisuje liczbę uczniów w szkołach w podziale na typ szkoły, lokalizację (tam gdzie jest to właściwe), kierunek (tam gdzie jest to właściwe), płeć i wiek oraz podstawę programową (indeks  $\ell$ ). Druga zmienna,  $w_t$ , opisuje liczbę absolwentów w podziale na poziom wykształcenia, kierunek wykształcenia, wiek i płeć.

Reguła rekurencyjna definiująca zachowanie się stanu  $s_t^\ell$  ma postać:

$$s_{t+1}^\ell = P_1^\ell s_t^\ell + N_1^\ell (A^\ell w_t^\ell - B^\ell s_t^\ell) + N_2^\ell d_t^\ell, \quad (3)$$

gdzie  $P_1^\ell$  to macierz przejścia,  $N_1^\ell$  i  $N_2^\ell$  to macierze rekrutacji do kolejnych etapów nauczania oraz, bezpośrednio z danych demograficznych do, odpowiednio, przedszkoli i szkół podstawowych,  $A^\ell$  i  $B^\ell$  to odpowiednio macierze zapewniające, że absolwenci danego poziomu kształcenia mogą być rekrutowani na kolejne poziomy kształcenia,

ale z pominięciem tych osób, które już są na tym poziomie (tak aby nie następowało podwójne zliczanie osób). Dodatkowo zachodzi

$$d_t^\ell = \gamma_t^\ell d_t \quad (4)$$

oraz zachodzi  $\sum_\ell \gamma_t^\ell = 1$  dla dowolnego  $t$ .

Reguła rekurencyjna opisująca zachowanie się stanu absolwentów ma postać:

$$w_{t+1}^\ell = P_2^\ell w_t^\ell + R^\ell s_{t+1}^\ell, \quad (5)$$

gdzie macierz  $P_2^\ell$  to macierz przejścia, a  $R^\ell$  to macierz graduacji, która opisuje kończenie danych poziomów wykształcenia.

Warto zaznaczyć, że  $w_t^\ell$  opisuje narastająco liczbę absolwentów. Takie podejście jest możliwe tylko dlatego, że wektor stanów zawiera granulacje ze względu na wiek, ale jedynie do poziomu 22 lat. Z tak stworzonego wektora obliczana jest struktura wykształcenia, nakładana następnie na dane demograficzne. To powoduje, że obliczone liczby absolwentów są zgodne z demografią. Takie podejście nie zapewnia jednak odpowiedniego modelowania kształcenia ustawicznego. Model kształcenia ustawicznego jest implementowany w modelu szkolnictwa wyższego (sekcja 3.7) oraz w module podaży pracy (sekcja 3.6).

W ramach zaimplementowanego modelu obliczana jest również liczba nauczycieli dydaktycznych. Liczba nauczycieli dydaktycznych jest oznaczana przez  $L_t$  i jest wyznaczana zgodnie z równaniem:

$$L_t = D s_t, \quad (6)$$

gdzie  $D$  jest macierzą opartą na współczynnikach ISSR i  $s_t = \sum_\ell s_t^\ell$ .

### 3.4.3. Implementacja

W ramach modułu oświatowego zaimplementowane są dwa systemy oświaty, pierwszy oparty o dotychczasową podstawę programową i drugi oparty o nową podstawę programową. Implementacja obu systemów oświaty jest identyczna i taka wspólna implementacja została opisana. Podstawowy schemat obliczeń przedstawia się następująco:

- 1 | Ustawianie parametrów obliczeń (definiowanie liczby stanów).
- 2 | Wczytanie danych.
- 3 | Przygotowanie wewnętrznych struktur danych (wektoryzacja obliczeń).
- 4 | Wykonanie prognozy dla systemu opartego na poprzedniej i nowej podstawie programowej.
- 5 | Przekształcenie danych i zapisanie prognozy do bazy danych.



Moduł pobiera dane z następujących tabel:

- `tab_populacja_sb`
- `tab_oswiataNewState_sb`
- `tab_oswiataNewWykState_sb`
- `tab_oswiataOldState_sb`
- `tab_oswiataOldSWykState_sb`
- `tab_oswiataDemWew_sb`

Moduł zapisuje dane do następujących tabel:

- `tab_oswiataResOswiata_sb`
- `tab_oswiataResWykształcenie_sb`
- `tab_oswiataNewState_sb`
- `tab_oswiataNewWykState_sb`
- `tab_oswiataOldState_sb`
- `tab_oswiataOldSWykState_sb`
- `tab_oswiataDemWew_sb`

#### **3.4.4. Parametryzacja**

W modelu główne elementy wymagające kalibrowania to współczynniki skolaryzacji, graduacji oraz ISSR. Wszystkie te współczynniki są wyznaczone na podstawie danych z Systemu Informacji Oświatowej (SIO), danych udostępnianych przez GUS w ramach Bazy Danych Lokalnych (BDL) oraz danych BAEL.

Moduł oświatowy ma charakter strukturalnego układu dynamicznego z niewielką liczbą parametrów ustalaną w procedurze kalibracyjnej polegającej na dopasowaniu stanu ustalonego modułu do poziomu ustalonego przez inne moduły lub wynikającego z danych empirycznych dla roku bazowego 2012.

Parametry odpowiadające za prawdopodobieństwo przejścia z klasy do klasy oraz prawdopodobieństwo zostania absolwentem zostały ustalone w taki sposób, żeby odzwierciedlić empiryczne prawdopodobieństwo ukończenia danego typu szkoły (szkoły podstawowe, gimnazja, licea, technika, szkoły zawodowe bez podziału na kierunki) z uwzględnieniem płci. Empiryczne prawdopodobieństwo ukończenia danego typu szkoły zostało oszacowane na podstawie danych GUS odnośnie liczby uczniów, liczby absolwentów i liczby uczniów w pierwszej klasie. Zakładamy, że prawdopodobieństwa te są jednakowe dla każdego kierunku w przypadku techników oraz zasadniczych szkół zawodowych.

Parametry odpowiadające za intensywność napływów do danego typu szkoły w przypadku przedszkoli i gimnazjów zostały oszacowane na podstawie danych GUS. W przypadku napływu do szkół podstawowych założyliśmy, że szkołę podstawową rozpoczyna każda osoba w odpowiednim wieku. Intensywności napływu do liceów, techników i zasadniczych szkół zawodowych z uwzględnieniem kierunków oraz płci zostały ustalone w taki sposób, żeby dokładnie odzwierciedlić strukturę wykształcenia przyjętą w module podaży pracy.

Po ustaleniu parametrów modelu oświatowego w dalszej kolejności ustala się stan początkowy liczby uczniów w poszczególnych typach szkół oraz stan liczbowy absolwentów. W pierwszym kroku jako stan początkowy przyjmujemy stacjonarny rozkład liczby uczniów oraz absolwentów pod warunkiem struktury demograficznej z roku bazowego. W następnym kroku tak uzyskane stany początkowe modułu są modyfikowane z uwzględnieniem danych

empirycznych w przypadku rozkładu liczby uczniów oraz stanu początkowego w module podaży pracy w przypadku stanu początkowego absolwentów. W przypadku stanu początkowego liczby uczniów dokonujemy modyfikacji z wykorzystaniem procedury iterowanego proporcjonalnego skalowania w celu uzyskania zgodności prognozowanej liczby uczniów w poszczególnych typach szkół z danymi publikowanymi przez GUS dla roku bazowego.

Parametry ISSR ustalane są bezpośrednio na podstawie danych GUS odnośnie liczby uczniów i nauczycieli w poszczególnych typach szkół.

Regionalne wersje modułu oświatowego kalibrowane są w identyczny sposób jak model w wersji krajowej z wykorzystaniem danych GUS dla poszczególnych regionów oraz kalibracji stanu w module podaży pracy w wersjach regionalnych.

Dane historyczne dla zmiennych zwracanych przez moduł oświatowy zostały opracowane na podstawie symulacji skalirowanego modelu. W celu dokonania symulacji modelu w okresach historycznych konieczne jest posiadanie stanu modelu (liczby uczniów oraz absolwentów) w okresach historycznych. Stany te zostały oszacowane w sposób analogiczny jak powyżej, z tą różnicą, że przyjęty jest inny rok bazowy. Tak więc dla danego roku zostały wyznaczone rozkłady stacjonarne stanów przy założeniu demografii z danego roku. Tak uzyskane pierwotne oszacowania stanów początkowych zostały następnie zmodyfikowane w celu uzyskania zgodności ze stanem modelu podaży pracy w danym roku oraz danymi GUS odnośnie agregatów liczby uczniów w poszczególnych typach szkół.

### 3.4.5. Szoki

**Wskaźnik skolaryzacji na poziomie przedszkoli.** Szok ten określa, jaki procent osób w wieku od trzech do sześciu lat objęty jest wychowaniem przedszkolnym. Szok ten można określać z podziałem na wiek (jednoroczne grupy wieku), płeć oraz miejsce zamieszkania (wieś lub miasto). Wartość tego szoku modyfikuje intensywność napływu osób w odpowiedniej grupie demograficznej do przedszkoli<sup>2</sup>. Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $N_2$  w równaniu (3).

**Napływy do gimnazjum.** Szok ten określa, jaki odsetek osób, które ukończyły szkołę podstawową, kontynuuje edukację w gimnazjum. Szok ten można określać z podziałem na płeć oraz miejsce zamieszkania<sup>3</sup>. Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $N_1$  w równaniu (3).

**Napływy do szkół średnich i zawodowych.** Szok ten określa, jaki odsetek osób, które ukończyły gimnazjum, kontynuuje naukę w liceum, technikum lub szkole zawodowej. W przypadku napływu do liceów szok ten można określać z podziałem na płeć. W przypadku napływów do szkół średnich technicznych oraz zawodowych dodatkowo możliwe jest określenie kierunku. W tej grupie szoków jest także szok określający udział osób, które ukończyły gimnazjum i nie kontynuują nauki. Łączny napływ do liceum, technikum, szkoły zawodowej lub brak kontynuacji nauki powinny sumować się do 1. Jeżeli wartości szoków nie spełniają tego założenia, to są one odpowiednio przeskalowywane. Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $N_1$  w równaniu (3).

**Wskaźnik niekończących szkoły.** Określa, jaki procent osób uczących się w ostatniej klasie liceum, technikum lub szkoły zawodowej nie kończy szkoły. Szok ten w przypadku licealistów można zadawać z podziałem na płeć, a w przypadku osób uczęszczających do szkół technicznych i zawodowych dodatkowo z podziałem na kierunek. Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $R$  w równaniu (5).

2 Z powodu obowiązujących przepisów, wartości napływów w odpowiednich grupach wiekowych powinny wynosić 100%.

3 Z powodu obowiązujących przepisów, wartości napływów w odpowiednich grupach wiekowych powinny wynosić 100%.

**Udział sześciolatków objętych nauczaniem podstawowym.** Szok ten określa udział w napływie do pierwszej klasy szkoły podstawowej osób, które ukończyły szósty rok życia<sup>4</sup>. Szok ten określa parametr  $\gamma_i^l$  w równaniu (4).

**Liczba uczniów na nauczyciela.** Szok ten określa liczbę uczniów na jednego nauczyciela w szkołach podstawowych, gimnazjach, liceach ogólnokształcących, szkołach średnich zawodowych oraz zasadniczych szkołach zawodowych. Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $D$  w równaniu (6).

## 3.5. Moduł wartości dodanej

### 3.5.1. Rola modułu

Podstawową rolą modułu wartości dodanej jest kwestia zapewnienia konwergencji wartości dodanej w podziale na sektory oraz udziału funduszu płac w wartości dodanej w podziale na sektory.

### 3.5.2. Metody

Podstawową rolą modułu wartości dodanej jest zapewnienie konwergencji wartości dodanej. W tym sensie jest to moduł czysto techniczny, z tym że pobiera on dane dotyczące celu zbieżności oraz szybkości zbieżności.

Warunek zbieżności, który jest wykorzystywany w module, ma postać:

$$\frac{x_{t+1}}{x^*} = \left( \frac{x_t}{x^*} \right)^\beta, \quad (7)$$

gdzie  $x_t$  jest zmienną, która konverguje do wartości ustalonej  $x^*$ . Parametr  $\beta$  jest parametrem odpowiedzialnym za szybkość zbieżności.

W ramach modułu kontrolowana jest konwergencja wartości dodanej w rozbiciu na sekcje PKD oraz udziału funduszu płac w wartości dodanej w rozbiciu na sekcje PKD. Ze względu na stabilność działania modułu (ale również ze względu na aspekty związane z kalibracją modułu) w samej implementacji używa się formuły:

$$\log(x_{t+1}) = \log(x^*) + \beta (\log(x_t) - \log(x^*)) \quad (8)$$

<sup>4</sup> Zgodnie z przepisami od roku szkolnego 2015/16 wszystkie dzieci w wieku 6 lat będą objęte obowiązkiem nauki w szkołach. Z tego powodu wartości napływów powinny być ustawione na 100%.

### 3.5.3. Implementacja

Podstawowy schemat obliczeń przedstawia się następująco:

- 1 Definicja głównej funkcji obliczeniowej `forecastSector()`.
- 2 Wczytanie danych.
- 3 Selekcja danych i przygotowanie wewnętrznych struktur danych (wektoryzacja obliczeń).
- 4 Obliczenie prognozy.
- 5 Przekształcenie danych i zapisanie prognozy do bazy danych.

Moduł pobiera dane z następujących tabel:

- `tab_wartoscDodanaBrutto_sb`
- `tab_betaSekt_pom`
- `tab_wartoscDodanaSektoryNowe_sb`
- `tab_wartoscDodanaSektory_sb`
- `tab_funduszPlacSektory_sb`
- `tab_innowacyjnoscSektory_sb`

Moduł zapisuje dane do następujących tabel:

- `tab_wartoscDodanaSektory_sb`
- `tab_funduszPlacSektory_sb`
- `tab_innowacyjnoscSektory_sb`

### 3.5.4. Parametryzacja

Kalibracja modelu wartości dodanej wymaga oszacowania tempa konwergencji w poszczególnych sektorach oraz docelowej struktury wartości dodanej. Szacowanie tempa konwergencji w sektorach zostało dokonane poprzez estymację modelu panelowego dla krajów Unii Europejskiej przy założeniu, że tempa konwergencji w każdym kraju w danym sektorze są jednakowe. Jako strukturę docelową w procesie estymacji oraz finalną strukturę docelową wartości dodanej w modelu przyjęliśmy średnią strukturę sektorową najbardziej rozwiniętych gospodarek Unii Europejskiej. Struktura początkowa wartości dodanej w poszczególnych sektorach w roku startowym modelu została uzyskana bezpośrednio na podstawie danych GUS.

W przypadku modeli regionalnych zakładamy identyczne tempo konwergencji struktury wartości dodanej w poszczególnych sektorach jak w modelu krajowym.

Dane historyczne dla kraju oraz regionu zostały skonstruowane bezpośrednio na podstawie danych GUS.

## 3.6. Moduł podaży pracy

### 3.6.1. Rola modułu

Moduł podaży pracy jest podstawowym modułem opisującym zmiany zachodzące na rynku pracy. Zaimplementowany model uwzględnia płeć, kierunek wykształcenia, poziom osiągniętego wykształcenia, zawód i aktywność zawodową w podziale na roczne kohorty. Moduł ten jest ściśle związany z obliczeniami prowadzonymi w module DSGE.

### 3.6.2. Metody

Ze względu na złożoność stanu, którego dynamikę opisuje zaimplementowany model, na początku opisu zostaną wprowadzone wszystkie zmienne indeksujące oraz zmienne, które występują w modelu.

W modelu występują następujące główne zmienne indeksujące:

- $t$  oznacza rok (rok kalendarzowy); indeks ten przyjmuje wartości od 2012 do 2050;
- $a$  oznacza wiek; indeks ten przyjmuje wartości od 15 do 80 i oznacza wiek danej kohorty; wartość indeksu 80 oznacza całą grupę wiekową 80+;
- indeks  $s$  oznacza płeć.

Ponadto w modelu pojawiają się dodatkowe indeksy:

- $wr$  oznacza wykształcenie i kierunek wykształcenia; indeks ten przyjmuje 19 stanów i opisuje poziom wykształcenia (zgodnie z publiczną klasyfikacją) oraz kierunek wykształcenia (zgodnie z publiczną klasyfikacją);
- $rp$  oznacza rynek pracy; indeks ten przyjmuje 3 stany interpretowane jako pracujący, bezrobotny i nieaktywny;
- $zw$  oznacza zawody; indeks ten przyjmuje 4 stany interpretowane jako grupy zawodów (agregat z oficjalnej klasyfikacji);
- ostatecznie  $sk$  indeksuje sektory; indeks ten przyjmuje 7 stanów interpretowanych jako agregaty sekcji PKD (agregacja została podana poniżej).

Agregacja sekcji PKD do sektorów jest tworzona według poniższego klucza:

- poziom 1 obejmuje sekcję A;
- poziom 2 obejmuje sekcje B, C, D, E;
- poziom 3 obejmuje sekcję F;
- poziom 4 obejmuje sekcje G, H, I, J, K, L, M, N;

- poziom 5 obejmuje sekcje O, R, S, T;
- poziom 6 obejmuje sekcję P;
- poziom 7 obejmuje sekcję Q.

Przez stan układu (populacji) rozumiemy strukturę na zmiennych stanu. W szczególności przy ustalonym roku  $t$ , wieku  $a$  oraz płci  $s$  struktura populacji jest rozkładem prawdopodobieństwa na  $19 \times 3 \times 4 \times 7 = 1596$  stanach. Rozkład ten zapisujemy za pomocą wektora  $V_t^{s,a} \in \mathbb{R}^{1596}$ . Każda współrzędna wektora  $V_t^{s,a}$  opisuje odsetek kohorty w roku  $t$ , w wieku  $a$  i płci  $s$ . Współrzędne tego wektora są technicznie numerowane przez kolejne liczby naturalne, ale każdej współrzędnej odpowiada jedna z możliwych kombinacji wykształcenia i kierunku, rynku pracy, zawodu oraz sektora. Na potrzeby opisu modelu można przyjąć, że współrzędne wektora są indeksowane indeksem o postaci  $i = (wr, rp, zw, sk)$ .

Stan systemu w modelu podaży pracy jest relatywnie skomplikowany. Przykładowo, aby obliczyć strukturę w całej populacji w roku  $t$ , należy obliczyć sumę

$$V_t = \sum_{s=1}^2 \sum_{a=15}^{80} V_t^{s,a}. \quad (9)$$

Aby obliczyć odsetek populacji zatrudniony w sektorze  $sk_j$  w danym roku  $t$ , należy zsumować współrzędne wektora  $V_t$  o indeksach  $i:sk = sk_j$ ,  $rp = 1$ , a więc takie, które odpowiadają danemu sektorowi i osobom zatrudnionym.

W modelu podaży pracy struktura dla wieku  $a = 15$  dla obu płci jest podawana egzogenicznie i jest znana w każdym roku  $t$ . Struktura tego wektora jest modyfikowana przez moduł oświatowy w zakresie wykształcenia oraz przez moduł demograficzny w zakresie licznosci kohort.

Dla kohorty startującej w wieku  $a_0 = 15$  w roku  $t_0$  dynamika została opisana jako rekurencja startująca od zadanego wektora  $V_{t_0}^{s,a_0}$ . Reguła rekurencyjna ma postać:

$$V_{t_0+l+1}^{s,a_0+l+1} = (V_{t_0+l}^{s,a_0+l})^T M_{s,a}, \quad (10)$$

gdzie macierz  $M_{s,a}$  jest macierzą przejścia struktury kohorty startującej w roku  $t_0$  w wieku  $a_0$ . Rekurencja (10) opisuje zachowanie się kohorty startującej w chwili (roku)  $t_0$  dla  $l + a_0 \leq 79$ , a więc dla przejść o postaci  $15 \rightarrow 16 \rightarrow \dots \rightarrow 79$ . W dowolnej chwili w systemie jest dokładnie 66 wektorów opisujących struktury kolejnych kohort w wieku od 15 do 80, z tym że wektory dla wieku od 16 do 79 są wyznaczone z dynamiki (10), natomiast zachowanie się wektora  $V_t^{s,80}$  jest inne i jest zadane następującą dynamiką:

$$V_{t+1}^{s,80} = (1 - \alpha_s) V_t^{s,80} + \alpha_s (V_t^{s,79})^T M_{s,a}, \quad (11)$$

gdzie  $\alpha_s$  oznacza odsetek osób (danej płci) w wieku 80 w grupie 80+. W szczególności oznacza to, że struktura kohorty, która jest dokładnie w wieku 80 lat, jest ważona wagą  $\alpha_s$ , a poprzednie mieszkanki z wagą  $(1 - \alpha_s)$ , a zatem dla każdej kohorty w momencie, gdy wchodzi ona do grupy 80+, to stanowi w tym roku  $\alpha_s$ , ale w następnym roku (gdy kolejna kohorta wchodzi do tej grupy) jej waga jest już tylko  $(1 - \alpha_s)\alpha_s$ , w kolejnej jedynie  $(1 - \alpha_s)^2\alpha_s$  itd., a więc jej wpływ jest wygaszany.

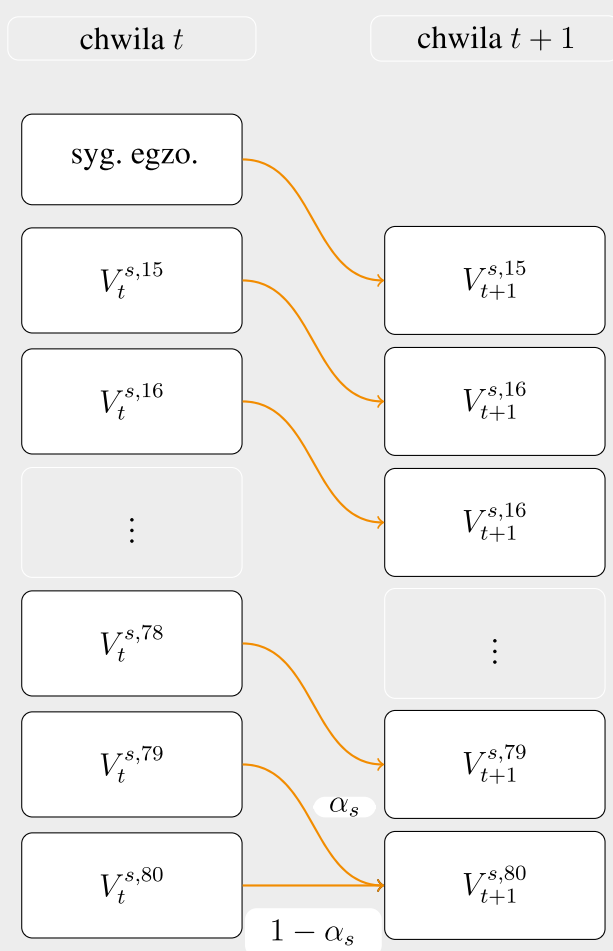
Ostatecznie całość modelu można opisać za pomocą wektora  $V_t$ , który opisuje wektor określający całość struktur we wszystkich kohortach i jest zbudowany w następujący sposób:

$$V_t^s = (V_t^{s,15}, V_t^{s,16}, \dots, V_t^{s,79}, V_t^{s,80}). \quad (12)$$

W chwili  $t + 1$  otrzymamy wektor  $V_{t+1}^s$  wynikający z opisanej wcześniej dynamiki. Całość dynamiki pokazano na rysunku 5.

**Rysunek 5: Rekurencja zastosowana w modelu podaży pracy.**

Ostatni węzeł jest wspólny dla wszystkich zmiennych.



### 3.6.3. Implementacja

Podstawowy schemat obliczeń przedstawia się następująco:

- 1 Stworzenie macierzy przejść dla modelu (wektoryzacja obliczeń).
- 2 Definicja funkcji pomocniczych oraz głównej funkcji obliczającej prognozę `generuj_prognoze()`.
- 3 Wczytanie danych.
- 4 Przygotowanie wewnętrznych struktur danych (wektoryzacja obliczeń).
- 5 Obliczenie prognozy w horyzoncie jednego roku.
- 6 Przekształcenie danych i zapisanie prognozy do bazy danych.

Moduł pobiera dane z następujących tabel:

- `tab_populacja_sb`
- `tab_populacjaPodazOsobyUspojnienie_sb`

Moduł zapisuje dane do następujących tabel:

- `tab_populacjaPodazOsoby_sb`

### 3.6.4. Parametryzacja

Stan początkowy modułu podaży pracy w roku bazowym 2012 został skonstruowany na podstawie danych z badania BAEL. Tak skonstruowany stan początkowy został następnie skorygowany w celu zapewnienia zgodności z danymi demograficznymi GUS oraz strukturą wykształcenia na podstawie spisu powszechnego z roku 2011.

Tak uzyskany stan początkowy rynku pracy stanowi podstawę do imputacji danych historycznych dla Polski i regionów oraz wyznaczenia stanu początkowego modelu podaży pracy w wersjach regionalnych. Dla modeli regionalnych użyliśmy stanu początkowego podaży pracy dla Polski, danych GUS odnośnie struktury demograficznej oraz struktury wykształcenia ze spisu powszechnego z roku 2011, a także danych regionalnych BAEL. Na podstawie bazy danych BAEL można uzyskać liczbę osób w każdym rozważanym przez moduł podaży pracy stanie dla każdego województwa w roku bazowym oraz dla każdego okresu historycznego. Ze względu na niewielką liczbę przypadków po tak szczegółowej dezagregacji jakość uzyskanego rozkładu populacji jest bardzo niska i nie może być bezpośrednio podstawą do kalibracji stanu w modułach regionalnych. Dlatego też w celu uzyskania stanów początkowych modeli regionalnych wykorzystaliśmy procedurę proporcjonalnego iterowanego skalowania Deming & Stephan (1940).

Procedura proporcjonalnego iterowanego skalowania ma na celu uzyskanie rozkładu łącznej populacji (o którym zakłada się, że jest nieznan) możliwie zbliżonego do rozkładu referencyjnego (w tym przypadku rozkładu łącznej populacji dla kraju), którego ustalone rozkłady brzegowe jedno- lub wielowymiarowe są zadane. Procedura



ma charakter iteracyjny. Załóżmy, że mamy ustalonych  $k$  rozkładów brzegowych. W kroku zerowym poszukiwany rozkład łączny jest identyczny z rozkładem referencyjnym. Każdy następny krok procedury składa się z  $k$  podkroków. W danym podkroku  $i = 1, \dots, k$  następuje modyfikacja uzyskanego do tego etapu poszukiwanego rozkładu łącznego w taki sposób, żeby  $i$ -ty rozkład brzegowy rozkładu łącznego był równy  $i$ -temu rozkładowi empirycznemu. W ten sposób rozkłady brzegowe dla  $j < i$  przestaną być zgodne z rozkładami empirycznymi. Po zakończeniu ostatniego podkroku procedury przechodzimy do następnego kroku. W każdym następnym kroku zmiany rozkładu łącznego będą coraz mniejsze. Iteracje powtarzamy tak długo, aż zmiany rozkładu łącznego będą mniejsze niż założona tolerancja.

Procedurę iterowanego skalowania można przedstawić od strony matematycznej następująco. Niech  $x_0$  będzie wektorem wymiaru  $n \times 1$  reprezentującym rozkład referencyjny w dowolnej bazie. Niech  $A_i$  dla  $i = 1, \dots, k$  będą macierzami agregacji opisującymi  $i$ -ty rozkład brzegowy w taki sposób, że dla dowolnego rozkładu łącznego reprezentowanego przez wektor  $y \in R^{n \times 1}$ , wektory  $A_i y \in R^{n_i \times 1}$  reprezentują  $i$ -ty rozkład brzegowy rozkładu  $y$ . Niech  $d_i \in R^{n_i \times 1}$  reprezentuje  $i$ -ty rozkład brzegowy nieznanego rozkładu łącznego  $x^*$ . Zakładamy, że rozkłady  $d_i$  są znane. Tym samym zachodzi dla  $i = 1, \dots, k$ :

$$d_i = A_i x^* \quad (13)$$

Wektor  $x^*$  konstruowany jest iteracyjnie. Niech  $x_j^p$  oznacza aproksymację wektora  $x^*$  w  $j$ -tym kroku dla  $j \geq 0$  oraz w  $p$ -tym podkroku dla  $p = 0, \dots, k$  z  $x_j^0 = x_{j-1}^k$  dla  $j \geq 1$  oraz  $x_0^0 = x_0$ . Niech  $d_j^p$  dla  $p = 1, \dots, k$  dany jest

$$d_j^p = A_p x_j^{p-1} \quad (14)$$

tj.  $d_j^p$  oznacza  $p$ -ty rozkład brzegowy rozkładu  $x_j^{p-1}$  oraz niech  $m_j^p \in R^{p \times 1}$  będzie wektorem skalującym, którego  $i$ -ty element  $m_{j,i}^p$  dany jest przez

$$m_{j,i}^p = \frac{d_{p,i}}{d_{j,i}^p} \quad (15)$$

gdzie  $d_{p,i}, d_{j,i}^p$  oznaczają odpowiednio  $i$ -ty element wektora  $d_p$  oraz  $d_j^p$ . Wektor  $x_j^p$  konstruowany jest następująco

$$x_j^p = \text{diag}(m_j^{pT} A_p) \times x_j^{p-1} \quad (16)$$

gdzie  $m_j^{pT}$  oznacza transpozycję wektora  $m_j^p$  oraz  $\text{diag}(z)$  oznacza macierz kwadratową diagonalną o diagonalni  $z$ . Zachodzi wtedy  $A_p x_j^p = d_p$ . Oznaczmy przez  $x_j = x_j^k$ . Poszukiwany wektor  $x^*$  zdefiniowany jest jako

$$x^* = \lim_{j \rightarrow \infty} x_j \quad (17)$$

jeżeli granica istnieje. Analiza zbieżności powyższej procedury została przedstawiona w Bishop et al. (2007).

Przed przystąpieniem do procedury iterowanego skalowania empiryczny rozkład z badania BAEL jest modyfikowany w taki sposób, żeby był zgodny z danymi GUS odnośnie struktury demograficznej oraz struktury wykształcenia. Po tym kroku przystępujemy do procedury, uwzględniając następujące rozkłady brzegowe badania BAEL:

1. rozkład brzegowy względem wieku i płci;
2. rozkład brzegowy względem stanu na rynku pracy;
3. rozkład brzegowy względem zawodu i sektora w dezagregacji podaży pracy;
4. rozkład brzegowy względem zagregowanego poziomu wykształcenia (wykształcenie wyższe, ukończone liceum, technikum, szkoła zawodowa, brak wykształcenia) i zawodu;
5. rozkład brzegowy względem zagregowanego (w grupy pięcioletnie) wieku, płci i wykształcenia;
6. rozkład brzegowy względem zagregowanego (w grupy pięcioletnie) wieku, płci i stanu na rynku pracy.

W wyniku zastosowania powyżej opisanej procedury uzyskujemy stany początkowe modułu podaży pracy w roku bazowym 2012 dla kraju i regionów. Dane historyczne opracowaliśmy szacując łączny stan podaży pracy w poszczególnych latach historycznych z wykorzystaniem tej samej procedury, z tą jednak różnicą, że jako rozkład referencyjny przyjęliśmy rozkład łączny dla regionu w roku bazowym.

## **3.7. Moduł szkolnictwa wyższego**

### **3.7.1. Rola modułu**

Moduł szkolnictwa wyższego jest drugim z modułów odpowiedzialnych za modelowanie zjawisk zachodzących w ramach rynku edukacyjnego. Moduł szkolnictwa wyższego obejmuje procesy zachodzące w szkolnictwie wyższym w podziale na edukację publiczną i prywatną. Dodatkowo w module tym implementowane są procesy edukacji osób dorosłych po rozpoczęciu aktywności zawodowej.

### **3.7.2. Metody**

Model szkolnictwa wyższego działa, co do zasady, podobnie do modułu oświatowego, z tym że istnieją pomiędzy nimi znaczące różnice w reprezentacji stanu. W pierwszym kroku zostanie zatem podany opis stanu, który jest następnie rekurencyjnie zmieniany.

Stan modelu szkolnictwa wyższego opisuje liczbę studentów w podziale na wiek, płeć oraz rozbiecie na następujące charakterystyki związane z typem studiów:

- kierunki studiów; w modelu uwzględniono 22 kierunki studiów;
- tryb studiów; w modelu uwzględniono podział na studia stacjonarne i niestacjonarne;
- typ finansowania; w modelu uwzględniono finansowanie publiczne i niepubliczne;
- czas trwania studiów (w latach);

- poziom studiów; w modelu uwzględniono studia inżynierskie, licencjackie i magisterskie (model w zakresie czasu trwania studiów rozróżnia pomiędzy jednolitymi studiami magisterskimi a magisterskimi uzupełniającymi).

Liczebność studentów w podanym powyżej podziale jest traktowana jako stan modelu. Stan modelu w roku  $t$  jest oznaczany przez  $s_t$ . Dynamika rekurencyjna opisująca zachowanie się stanu w czasie (jego ewolucję) jest zadana równaniem o postaci:

$$s_{t+1} = P s_t + N(Ad_t - B s_t), \quad (18)$$

gdzie  $P$  jest macierzą przejścia, a  $N$  jest macierzą intensywności napływów (macierzą skolaryzacji) działającą na tej części populacji, która ma wykształcenie średnie, ale jeszcze nie studiuje. Uściślając,  $d_t$  to stan populacji z wykształceniem średnim, a macierze  $A$  i  $B$  to macierze grupujące. Należy jeszcze dodać, że stan  $d_t$  ma postać blokową, gdzie odrębnie są zgrupowane osoby z wykształceniem średnim technicznym i pozostałe.

Podział stanu  $s_t$  obejmuje, jak zostało już wspomniane, wiek. W ramach modelu założono, że w systemie szkolnictwa wyższego mogą znajdować się również osoby aktywne zawodowo, co pozwala na modelowanie kształcenia ustawicznego i w szczególności umożliwia awans edukacyjny w całym cyklu życia.

W module szkolnictwa wyższego obliczana jest również liczba doktorantów. Liczba ta jest ustalana na podstawie liczby osób posiadających wykształcenie wyższe  $\tilde{s}_t$ , z podziałem na 8 agregatów z 22 kierunków (informacja ta jest pobierana z modułu podaży pracy). Tak ustalone liczby są następnie mnożone przez macierz intensywności napływów:

$$\text{doktoranci}_t = H \tilde{s}_t \quad (19)$$

Liczba absolwentów traktowanych jako osoby z wykształceniem wyższym jest obliczana na podstawie stanu  $s_t$ , który mnoży się przez macierz intensywności graduacji:

$$\text{absolwenci}_t = G s_t. \quad (20)$$

Liczby absolwentów są zatem obliczane w rozbiciu na 22 kierunki. Jednak ze względu na to, że w module podaży pracy, który bezpośrednio korzysta z danych obliczanych w module szkolnictwa wyższego, występuje jedynie rozbieżność na jedynie 8 kierunków wykształcenia, liczby absolwentów są agregowane do 8 grup.

Moduł oblicza liczbę pracowników dydaktycznych. Liczby te są obliczane na podstawie aktualnego stanu modelu  $s_t$  przez przemnożenie tego stanu przez macierze współczynników ISSR.

W ramach modułu szkolnictwa wyższego obliczana jest również liczba pracowników niedydaktycznych. Liczba pracowników niedydaktycznych publicznych jest oznaczana przez  $y_t^P$  i jest wyznaczana zgodnie z modelem XAR o postaci:

$$y_{t+1}^P = \alpha_0 y_t^P + \alpha_1 s_t^{P,S} + \alpha_2 s_t^{P,NS} + c, \quad (21)$$

gdzie  $s_t^{P,S}$  to liczba studentów na studiach publicznych stacjonarnych, a  $s_t^{P,NS}$  to liczba studentów na studiach publicznych niestacjonarnych.

W podobny sposób obliczana jest liczba pracowników niedydaktycznych na studiach niepublicznych, oznaczonych przez  $y_t^{NP}$ . Model ma dokładnie postać:

$$y_{t+1}^{NP} = \beta_1 s_t^{NP,S} + \beta_2 s_t^{NP,NS}, \quad (22)$$

gdzie  $s_t^{NP,S}$  to liczba studentów na studiach niepublicznych stacjonarnych, a  $s_t^{NP,NS}$  to liczba studentów na studiach niepublicznych niestacjonarnych.

### 3.7.3. Implementacja

Podstawowy schemat obliczeń przedstawia się następująco:

- 1 | Wczytanie danych.
- 2 | Selekcja danych i przygotowanie wewnętrznych struktur danych (wektoryzacja obliczeń).
- 3 | Obliczenie prognozy liczby studentów oraz liczby absolwentów.
- 4 | Obliczenie prognozy liczby nauczycieli.
- 5 | Przekształcenie danych i zapisanie prognozy do bazy danych.

Moduł pobiera dane z następujących tabel:

- `tab_studiaStanStudentowLiceum_sb`
- `tab_studiaStanStudentowTechnikum_sb`
- `tab_populacjaPodazOsoby_sb`
- `tab_studiaStanNauczycieli_sb`
- `tab_studiaStanInnychPracownikow_sb`

Moduł zapisuje dane do następujących tabel:

- `tab_studiaStanStudentowLiceum_sb`
- `tab_studiaStanStudentowTechnikum_sb`
- `tab_studiaStanAbsolwentow_sb`
- `tab_studiaStanDoktorantow_sb`
- `tab_studiaStanPodypłomowi_sb`
- `tab_studiaStanStudentowAgg_sb`
- `tab_studiaStanNauczycieliAgg_sb`
- `tab_studiaStanNauczycieli_sb`
- `tab_studiaStanInnychPracownikow_sb`

### 3.7.4. Parametryzacja

Kalibracja modelu polega na dobraniu współczynników macierzy intensywności napływów, macierzy ISSR, graduacji oraz na estymacji parametrów modeli zadanych wzorami (6)–(7). Wszystkich tych obliczeń dokonano na podstawie danych jednostkowych GUS, w szczególności na podstawie formularzy S10 i S12 za lata 2007–2012. Dodatkowe dane o strukturze wieku osób powyżej 29. roku życia studiujących w Polsce zebrano na podstawie BAEL. Na tym etapie uzyskujemy estymację parametrów modelu na bardzo wysokim poziomie szczegółowości (warunkowaną wiekiem, płcią, kierunkiem studiów, sposobem finansowania studiów, trybem studiów, rokiem studiów oraz ich poziomem). W przypadku napływu na studia uzyskujemy dodatkowe rozróżnienie intensywności napływów na studia z uwzględnieniem rodzaju szkoły średniej i kierunku, jaki ukończył nowy student.

Przy tak wysokiej szczegółowości estymacji parametrów nie jest możliwe uzyskanie modelu szkolnictwa wyższego, który zapewni stabilne zachowanie się modelu jako całości w dłuższym okresie. W związku z tym wyniki estymacji intensywności napływu na studia, prawdopodobieństwa przejścia między typami studiów oraz przejścia na następny rok, a także prawdopodobieństwa ukończenia studiów – w kolejnym kroku są modyfikowane. Celem zapewnienia spójności modułu szkolnictwa wyższego z modulem podaży pracy oraz strukturą studentów i absolwentów uzyskaną na podstawie danych GUS. Na tym etapie wymagamy, żeby struktura wykształcenia implikowana przez model szkolnictwa wyższego w stanie ustalonym pokrywała się ze stanem ustalonym wykształcenia w modelu podaży pracy. Wymagamy też, żeby struktura studentów modelu w stanie ustalonym nie odbiegała istotnie od struktury studentów w roku bazowym.

Ważnym krokiem kalibracji modelu jest uzyskanie stanu początkowego studentów. Stan początkowy studentów został wyznaczony w dwóch etapach. W pierwszym etapie na podstawie modelu z wyestymowanymi parametrami (ale jeszcze przed finalną korektą) dokonywana jest symulacja modelu na podstawie historycznej struktury demograficznej. Uzyskany w ten sposób stan modelu w roku 2012 jest korygowany o dostępne dane szczegółowe odnośnie liczby i struktury studentów. W drugim etapie dokonywana jest modyfikacja uzyskanego rozkładu łącznego studentów w roku bazowym z wykorzystaniem procedury iterowanego skalowania, opisaną w (3.6.4). Celem jest uzyskanie zgodności rozkładów brzegowych stanu studentów z rozkładami brzegowymi dostępnymi na podstawie danych GUS za lata 2002-2013 obejmującymi:

- rozkład liczby studentów względem płci i sposobu finansowania (publiczne, prywatne), trybu studiów (dzienne, zaoczne) oraz kierunku;
- rozkład liczby studentów względem poziomu studiów (magisterskie, licencjackie i inżynierskie, uzupełniające magisterskie).

W przypadku modeli regionalnych postępujemy analogicznie jak dla kraju. Zakładamy jednak, że wyniki estymacji parametrów modelu w pierwszym kroku kalibracji są jednakowe dla regionów. Na poziomie regionów zapewniamy wszakże spójność modelu z modulem podaży pracy oraz spójność z regionalnymi danymi GUS odnośnie struktury studentów.

Dane historyczne w modelu szkolnictwa wyższego zostały opracowane również z wykorzystaniem procedury iterowanego skalowania. Jako rozkład referencyjny przyjęliśmy rozkład łączny studentów w danym regionie w roku bazowym 2012. Rozkład ten został zmodyfikowany w celu jego dopasowania do rozkładów brzegowych uzyskanych na podstawie danych GUS dla kraju i regionów w latach 2002-2012. W celu określenia historii studentów w latach 1995-2001 przyjęliśmy jako rozkład bazowy rozkład z roku 2002. Empiryczne rozkłady brzegowe liczby studentów zostały opracowane na podstawie stanu modelu podaży pracy za lata 1995-2001. Mając historię stanów rynku pracy,

a w szczególności liczbę osób z wykształceniem wyższym (z uwzględnieniem kierunku wykształcenia i płci), mogliśmy uzyskać estymacje liczby studentów na danym kierunku studiów, uwzględniając płeć.

### 3.7.5. Szoki

**Wskaźniki rekrutacji.** Szok ten modyfikuje intensywności napływu absolwentów szkół średnich na studia poprzez ustalenie intensywności napływu absolwentów szkół średnich na studia wyższe ogółem. W tym przypadku możliwe jest modyfikowanie intensywności napływu na studia z podziałem na płeć osoby, rodzaj ukończonej szkoły średniej (liceum lub technikum z uwzględnieniem kierunku). Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $N$  w równaniu (18).

**Struktura napływu na studia.** Kiedy łączny nabór na studia wyższe zostanie określony, możliwe jest zmodyfikowanie rodzaju studiów wybranych przez absolwentów szkół średnich. Na tym drugim poziomie szoki nie zmieniają łącznej liczby nowych studentów, zmieniają jedynie strukturę studentów na pierwszym roku studiów. Możliwe jest ustalenie napływu na dany typ studiów z uwzględnieniem kierunku studiów lub rodzaju studiów (ze względu na sposób finansowania, tryb studiów, poziom studiów). Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $N$  w równaniu (18).

**Odsetek kontynuujących studia licencjackie na studiach uzupełniających magisterskich.** Szok ten modyfikuje prawdopodobieństwo kontynuowania studiów przez absolwentów studiów licencjackich i inżynierskich. Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $P$  w równaniu (18).

**Odsetek napływu na studia doktoranckie i podyplomowe.** Napływ na studia doktoranckie i podyplomowe modyfikowany jest w dwóch etapach. W pierwszym etapie modyfikowany jest łączny nabór na studia z podziałem na płeć osób. W drugim etapie modyfikowany jest kierunek studiów podyplomowych oraz licencjackich przy założeniu, że łączny nabór jest już ustalony. Szok napływu na kierunek studiów dostępny jest z podziałem na 8 kierunków kształcenia. Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $H$  we wzorze (19).

**Odsetek studentów kończących studia bez dyplomu.** Szok ten określa, jakie jest prawdopodobieństwo nieuzyskania dyplomu przez osobę, która jest na roku, na którym dyplom mogłaby uzyskać. Szok ten dostępny jest z podziałem na kierunek studiów oraz rodzaj studiów (publiczne/prywatne i dzienne/zaoczne). Szok ten modyfikuje elementy macierzy  $G$  we wzorze (20).

**Wskaźnik studenci na nauczyciela.** Szok ten modyfikuje liczbę studentów przypadających na jednego nauczyciela na studiach wyższych, studiach doktoranckich lub studiach podyplomowych. W każdej z tych trzech grup można zmodyfikować liczbę studentów przypadających na jednego nauczyciela z podziałem na kierunek studiów oraz z podziałem na rodzaj studiów (publiczne/prywatne i dzienne/zaoczne). Szok ten modyfikuje parametry ISSR.

## 3.8. Moduł kapitału ludzkiego

### 3.8.1. Rola modułu

Moduł kapitału ludzkiego jest podstawowym modułem aplikacji, który jest wyspecjalizowany w kwestiach kapitału ludzkiego. W szczególności moduł ten umożliwia dokonywanie w aplikacji warunkowych prognoz przyszłego kształtowania się sytuacji społeczno-ekonomicznej ze szczególnym uwzględnieniem procesów akumulacji kapitału ludzkiego.

Moduł ten, w powiązaniu z modułami oświatowym i szkolnictwa wyższego, pozwala na symulowanie w aplikacji społeczno-ekonomicznych skutków kwantyfikowalnych elementów polityk związanych z formowaniem i rozwojem kapitału ludzkiego.

### 3.8.2. Metody

Formalnie moduł kapitału ludzkiego zapewnia implementację dynamiki umiejętności (skills) w podziale na umiejętności edukacyjne (cognitive, noncognitive) oraz learning by doing, a także ich powiązanie z poziomem kapitału ludzkiego i inwestycji w umiejętności edukacyjne. Moduł jest w całości kohortowy.

W ramach implementowanego modelu występują następujące indeksy:

- $i$  jest indeksem oznaczającym umiejętność (podział na umiejętności edukacyjne oraz zdobywane w procesie learning by doing);
- $k$  jest indeksem oznaczającym podgrupy umiejętności (np. w ramach umiejętności edukacyjnych będą to umiejętności kognitywne i niekognitywne);
- $j$  jest indeksem oznaczającym grupy osób (grupy kwintylowe rozkładu umiejętności kognitywnych);
- $a$  oznacza wiek.

Dodatkowo w implementowanym modelu występują następujące zmienne:

- $s_a^{j,i,k} \in \mathbb{R}_+$  oznaczają umiejętności szczególne (drugi poziom podziału);
- $S_a^{j,i} \in \mathbb{R}_+$  oznaczają umiejętności ogólne (pierwszy poziom podziału);
- $\omega_a^j$  oznacza kapitał ludzki dla grupy  $j$  w wieku  $a$ .

W całym module umiejętności są podzielone (poziom pierwszy indeksowany przez  $i$ ) na umiejętności edukacyjne (zdobywane w procesie edukacji) oraz na umiejętności zdobywane w ramach procesu learning by doing. W ramach umiejętności edukacyjnych wyróżnione są umiejętności kognitywne i niekognitywne (indeksowane przez  $k$ ). Umiejętności kognitywne korespondują z wynikami testu w badaniu PIAAC, a umiejętności niekognitywne obejmują samodyscyplinę i umiejętność uczenia się. Wśród umiejętności zdobywanych w ramach procesu learning by doing również są wydzielone umiejętności szczególne (również indeksowane przez  $k$ ). Umiejętności szczególne zostały zdefiniowane na podstawie intensywności zadań wykonywanych w miejscu pracy zdefiniowanych w badaniu PIAAC. Obejmują one umiejętności współpracy, wywierania wpływu, zarządzania, umiejętności analitycznych, zaawansowanych umiejętności analitycznych, umiejętności przetwarzania informacji, umiejętności precyzyjnych – manualnych. Obie grupy umiejętności (pierwszy poziom podziału) różnią się funkcją formacji kapitału, natomiast podgrupy umiejętności tylko wartościami parametrów.

Podstawowa dynamika w module jest zadana na poziomie drugiego podziału umiejętności, umiejętności szczególnych, a więc na zmiennych  $s_a^{j,i,k}$ ; dynamika ta wiąże kwestie formowania się kapitału ludzkiego oraz deprecjacji, a przez funkcję formowania się kapitału ludzkiego również inwestycje w umiejętności (dla umiejętności z grupy learning by doing jest to kwestia stażu pracy). Podstawowa dynamika jest zadana równaniem:

$$s_a^{j,i,k} = F_{i,k}(\cdot) + s_{a-1}^{j,i,k} - d(s_{a-1}^{j,i,k}), \quad (23)$$

gdzie  $F_{i,k}(\cdot)$  jest funkcją formacji kapitału ludzkiego, która została podana poniżej,  $d(\cdot)$  jest funkcją deprecjacji o postaci:

$$d(s_{a-1}^{j,i,k}) = \frac{s_{a-1}^{j,i,k}}{as_i(Le - (a - 1))}, \quad (24)$$

gdzie  $as_i$  jest parametrem opisującym tempo deprecjacji, a  $Le$  jest oczekiwanym maksymalnym okresem wykorzystania kapitału ludzkiego. Postać funkcji deprecjacji, w tym jej własność polegająca na wzroście tempa deprecjacji wraz z wiekiem, jest zgodna z formalnym ujęciem podanym w pracy Pfeiffer & Reuß (2008).

Umiejętności szczególne są agregowane do poziomu umiejętności ogólnych za pomocą funkcji produkcji CES o postaci:

$$S_a^{j,i} = \left( \sum_k \beta_{i,k} (s_a^{j,i,k})^\delta \right)^{1/\delta}, \quad (25)$$

gdzie parametry  $\delta$ ,  $\beta_{i,k}$  są zadane egzogenicznie.

Na podstawie umiejętności ogólnych obliczany jest kapitał ludzki zgodnie z kolejną funkcją produkcji CES o postaci:

$$\omega_a^j = \left( \sum_i \alpha_i (S_a^{j,i})^\sigma \right)^{1/\sigma}, \quad (26)$$

gdzie parametry  $\sigma$  i  $\alpha_i$  są zadane egzogenicznie.

Funkcje formacji kapitału ludzkiego  $F_{i,k}(\cdot)$  są różne dla umiejętności ogólnych. Dla umiejętności edukacyjnych funkcje te mają postać:

$$F_{edu,k} = \Psi_{edu,k} m_{a,edu,k} (s_a^{j,edu,k})^{1/3} (s_a^{j,edu,-k})^{1/3} (e_{j,edu,k} I_a^{j,edu,k})^{1/3}, \quad (27)$$

gdzie  $\Psi_{edu,k}$  jest egzogenicznie zadaną stałą,  $m_{a,edu,k}$  jest egzogenicznie zadaną stałą,  $e_{j,edu,k}$  jest efektywnością inwestycji w umiejętność edukacyjną  $k$ ,  $-k$  oznacza drugą z umiejętności edukacyjnych (dla umiejętności kognitywnych są to umiejętności niekognitywne),  $I_a^{j,edu,k}$  jest poziomem inwestycji.

Funkcja formacji kapitału ludzkiego dla umiejętności z klasy learning by doing ma postać:

$$F_{lbd,k,z} = \begin{cases} b_{lbd,k,z} & \text{jeżeli pozostaje w zawodzie } z, \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach.} \end{cases} \quad (28)$$

Stałe  $b_{lbd,k,z}$  są zadane egzogenicznie.

Ostatecznie w pozostałych modułach wykorzystywane są wartości  $\omega_a^j$ . Wartości te są dodatkowo podawane w podziale na zawody zgodnie z agregacją zawodów ISCO.



### 3.8.3. Implementacja

Podstawowy schemat obliczeń przedstawia się następująco:

1	Wczytanie parametrów funkcji produkcji.
2	Definicja funkcji pomocniczych: - <code>f_lbd_skills()</code> (umiejętności learning by doing) - <code>f_GHC_values()</code> (umiejętności ogólne) - <code>skillFrmRk()</code> (obliczanie kapitału ludzkiego) - <code>f_skills_lacz()</code> (obliczanie kapitału ludzkiego).
3	Wczytanie danych.
4	Przygotowanie wewnętrznych struktur danych (wektoryzacja obliczeń).
5	Obliczenie prognozy.
6	Przekształcenie danych i zapisanie prognozy do bazy danych.

Moduł pobiera dane z następujących tabel:

- `tab_udzQInwk_pom`
- `tab_populacja_sb`
- `tab_lbdSkills_sb`
- `tab_skills_sb`

Moduł zapisuje dane do następujących tabel:

- `tab_lbdSkills_sb`
- `tab_skills_sb`
- `tab_hcPodaz_sb`

### 3.8.4. Parametryzacja

Kalibracja modułu sprowadza się do wyznaczenia dwóch elementów modelu: początkowych wartości poziomów umiejętności  $s_a^{j,i,k}$  oraz parametrów funkcji definiujących zastosowany układ dynamiczny (funkcje formacji umiejętności oraz funkcje agregujące). Wszystkie te obliczenia zostały wykonane na podstawie danych PIAAC i danych BAEL (z lat 1995–2012).

Generalna metoda obliczeń parametrów funkcji formowania umiejętności i funkcji agregujących polegała na wyestymowaniu modeli probit na podstawie danych PIAAC. Na podstawie wyników estymacji imputowano dane i uzupełniono dane BAEL. Parametry funkcji agregujących otrzymano przy pomocy estymacji jądrowej. Dokładny opis procedury estymacji można znaleźć w pracach Lis & Baran (2013), Lis (2014).

### 3.8.5. Szoki

**Deprecjacja umiejętności.** Szok określa zmianę tempa deprecjacji umiejętności kognitywnych i niekognitywnych w cyklu życia. Odpowiada parametrowi  $as_i$  w równaniu (24).

**Efektywność inwestycji w kapitał umiejętności kognitywne i niekognitywne.** Określa efektywność zamiany inwestycji w kapitał ludzki w umiejętności dla każdej grupy kwintylowej rozkładu umiejętności kognitywnych (zgodnie z danymi PIAAC). Odpowiada parametrowi  $e_{j,edu,k}$  w równaniu (27).

**Wielkość inwestycji w kapitał ludzki.** Określa wielkość inwestycji w postaci indeksu. Inwestycje mogą być ustalone dla każdej jednorocznej grupy wieku, dla każdej grupy kwintylowej rozkładu umiejętności kognitywnych z PIAAC oraz osobno dla umiejętności kognitywnych i niekognitywnych. Odpowiada zmiennej  $I$  z równania (27).

**Mnożnik efektywności inwestycji.** Określa parametr efektywności inwestycji kapitału ludzkiego według wieku. Odpowiada parametrowi  $m$  w równaniu (27).

**Efektywność tworzenia umiejętności learning by doing.** Szybkość przekładania roku doświadczenia w umiejętności learning by doing (współpracy, wpływu, zarządzania, analitycznych, zaawansowanych analitycznych, informacyjnych i precyzyjnych), według płci, kierunku kształcenia, grupy zawodów i grupy sektorów. Szok modyfikuje parametr  $b_{ld,k,z}$  ze wzoru (28).

## 3.9. Moduł płacowy

### 3.9.1. Rola modułu

Rolą modułu płacowego jest uwzględnienie udziału segmentu innowacyjnego w tworzeniu wartości dodanej. Moduł ten przy uwzględnieniu udziału podsekcji innowacyjnych oblicza płace i ceny w podziale na podsekcje innowacyjne i tradycyjne. Korzystając z tak wyznaczonych parametrów, wyznacza również zatrudnienie w tym samym podziale. W szczególności w module tym są wydzielone firmy innowacyjne i ich udział w tworzeniu wartości dodanej.

### 3.9.2. Metody

Logika modelu zaproponowanego w module płacowym opiera się na sekwencji zadań optymalizacji. Na poziomie państwa (najwyższy poziom) zadanie optymalizacji jest zadaniem maksymalizacji zysku przy założonej doskonałej konkurencji, gdzie zmiennymi decyzyjnymi są poziomy produkcji w sekcjach. Następnie rozważane są zadania optymalizacji (maksymalizacja zysku) na poziomie sekcji, gdzie zmiennymi decyzyjnymi są poziomy produkcji w podsekcjach innowacyjnych oraz tradycyjnych. Ostatecznie rozważane są zadania optymalizacji (maksymalizacja zysku) na poziomie podsekcji, gdzie zmiennymi decyzyjnymi jest poziom zatrudnianego kapitału oraz pracy, przy uwzględnieniu poziomu kapitału ludzkiego. Ceny wyznaczone są z założenia zerowego zysku w równowadze. Założone zadania optymalizacji są standardowe i dobrze opisane w podręcznikach mikroekonomii, zob. Mas-Colell et al. (1995), Varian (1992), Kreps (2012).

Przez  $i$  jest oznaczana sekcja PKD, przez  $l$  – podsekcja, gdzie  $l \in \{I, T\}$ ,  $I$  oznacza podsekcję innowacyjną, a  $T$  podsekcję tradycyjną. Przez  $z$  oznaczane są zawody.

Wszystkie zmienne pogrubione  $\mathbf{i}$  oznaczają podział na sekcje PKD, a wszystkie zmienne oznaczone standardowo  $i$  oznaczają zmienne w podziale stosowanym w ramach modułu podaży pracy (sektory PKD – agregaty z grupowania sekcji PKD). Przez  $S(\cdot)$  oznaczamy operator agregacji, gdzie zapis  $\mathbf{i} \in S(i)$  oznacza, że sekcja PKD  $\mathbf{i}$  należy do grupy sekcji  $i$ .

Na poziomie państwa mamy następujące zadanie optymalizacyjne, gdzie jako funkcję produkcji przyjmujemy funkcję o postaci:

$$Y = \prod_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}}^{\alpha_{\mathbf{i}}}, \quad (29)$$

gdzie  $Y$  jest produkcją na poziomie państwa, a  $Y_{\mathbf{i}}$  jest produkcją na poziomie sekcji PKD. Przez  $P$  oznaczamy ogólny poziom cen, a przez  $P_{\mathbf{i}}$  poziom cen w sekcji PKD.

Zadanie optymalizacyjne dla powyższego zadania optymalizacji ma postać:

$$\max_{Y_{\mathbf{i}}} \left( PY - \sum_{\mathbf{i}} P_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}} \right) = \max_{Y_{\mathbf{i}}} \left( P \prod_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}}^{\alpha_{\mathbf{i}}} - \sum_{\mathbf{i}} P_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}} \right). \quad (30)$$

Warunki optymalności pierwszego rzędu przyjmują postać:

$$\frac{\partial}{\partial Y_{\mathbf{i}}} \left( P \prod_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}}^{\alpha_{\mathbf{i}}} - \sum_{\mathbf{i}} P_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}} \right) = 0. \quad (31)$$

Otrzymujemy zatem następujące obliczenia:

$$\begin{aligned} \alpha_{\mathbf{i}} P Y_{\mathbf{i}}^{\alpha_{\mathbf{i}}-1} \prod_{\mathbf{j} \neq \mathbf{i}} Y_{\mathbf{j}}^{\alpha_{\mathbf{j}}} - P_{\mathbf{i}} &= 0 \\ \alpha_{\mathbf{i}} P Y_{\mathbf{i}}^{\alpha_{\mathbf{i}}-1} \prod_{\mathbf{j} \neq \mathbf{i}} Y_{\mathbf{j}}^{\alpha_{\mathbf{j}}} &= P_{\mathbf{i}} \\ \alpha_{\mathbf{i}} P Y_{\mathbf{i}}^{\alpha_{\mathbf{i}}} \prod_{\mathbf{j} \neq \mathbf{i}} Y_{\mathbf{j}}^{\alpha_{\mathbf{j}}} &= P_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}} \\ \alpha_{\mathbf{i}} P \prod_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}}^{\alpha_{\mathbf{i}}} &= P_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}} \\ \alpha_{\mathbf{i}} \boxed{P Y} &= \boxed{P_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}}}, \end{aligned} \quad (32)$$

gdzie  $PY$  jest wartością dodaną w gospodarce, a  $P_{\mathbf{i}}Y_{\mathbf{i}}$  to wartość dodana w sekcji PKD.

Przy optymalizacji na poziomie sekcji przyjmujemy, że funkcja produkcji na poziomie sekcji ma postać:

$$Y_{\mathbf{i}} = \left( \xi_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i},I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_{\mathbf{i}}) Y_{\mathbf{i},T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}. \quad (33)$$

Zadanie optymalizacji ma postać:

$$\begin{aligned} \max_{Y_{\mathbf{i},I}, Y_{\mathbf{i},T}} P_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i}} - P_{\mathbf{i},I} Y_{\mathbf{i},I} - P_{\mathbf{i},T} Y_{\mathbf{i},T} = \\ \max_{Y_{\mathbf{i},I}, Y_{\mathbf{i},T}} P_{\mathbf{i}} \left( \xi_{\mathbf{i}} Y_{\mathbf{i},I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_{\mathbf{i}}) Y_{\mathbf{i},T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - P_{\mathbf{i},I} Y_{\mathbf{i},I} - P_{\mathbf{i},T} Y_{\mathbf{i},T}. \end{aligned} \quad (34)$$

Warunki optymalności pierwszego rzędu dla powyższego zadania optymalizacji przyjmują postać:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial Y_{i,I}} \left( P_i \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_i) Y_{i,T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - P_{i,I} Y_{i,I} - P_{i,T} Y_{i,T} \right) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial Y_{i,T}} \left( P_i \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_i) Y_{i,T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - P_{i,I} Y_{i,I} - P_{i,T} Y_{i,T} \right) &= 0,\end{aligned}\quad (35)$$

skąd dla  $Y_{i,I}$  otrzymujemy warunki w postaci:

$$\begin{aligned}P_i \frac{\sigma}{\sigma-1} \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_i) Y_{i,T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} \left( \xi_i \frac{\sigma-1}{\sigma} Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1} \right) - P_{i,I} &= 0 \\ P_i \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_i) Y_{i,T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1} \right) &= P_{i,I} \\ \xi_i P_i \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_i) Y_{i,T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} Y_{i,I}^{-\frac{1}{\sigma}} &= P_{i,I} \\ \xi_i P_i \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_i) Y_{i,T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} Y_{i,I}^{-\frac{1}{\sigma}} &= P_{i,I}\end{aligned}\quad (36)$$

Obliczenia dla  $Y_{i,T}$  prowadzą do symetrycznego warunku o postaci:

$$(1 - \xi_i) P_i \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_i) Y_{i,T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} Y_{i,T}^{-\frac{1}{\sigma}} = P_{i,T}.\quad (37)$$

Dzieląc stronami warunki optymalności dla  $Y_{i,I}$  i dla  $Y_{i,T}$ , otrzymujemy warunki o postaci:

$$\begin{aligned}\frac{\xi_i P_i \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_i) Y_{i,T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} Y_{i,I}^{-\frac{1}{\sigma}}}{(1 - \xi_i) P_i \left( \xi_i Y_{i,I}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \xi_i) Y_{i,T}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} Y_{i,T}^{-\frac{1}{\sigma}}} &= \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \\ \frac{\xi_i Y_{i,I}^{-\frac{1}{\sigma}}}{(1 - \xi_i) Y_{i,T}^{-\frac{1}{\sigma}}} &= \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \\ \frac{\xi_i}{(1 - \xi_i)} \left( \frac{Y_{i,I}}{Y_{i,T}} \right)^{-\frac{1}{\sigma}} &= \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \\ \left( \frac{\xi_i}{(1 - \xi_i)} \right)^{-\sigma} \left( \frac{Y_{i,I}}{Y_{i,T}} \right) &= \left( \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \right)^{-\sigma} \\ \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \frac{Y_{i,I}}{Y_{i,T}} &= \left( \frac{\xi_i}{(1 - \xi_i)} \right)^{\sigma} \left( \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \right)^{1-\sigma}\end{aligned}\quad (38)$$

skąd ostatecznie otrzymujemy:

$$\frac{\boxed{P_{i,I} Y_{i,I}}}{\boxed{P_{i,T} Y_{i,T}}} = \boxed{\left( \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} \right)^{\sigma}} \left( \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \right)^{1-\sigma}\quad (39)$$

gdzie po prawej stronie mamy wartości dodane w podsekcjach innowacyjnej i tradycyjnej. Przyjmujemy oznaczenie:

$$\eta_i = \left( \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} \right)^\sigma. \quad (40)$$

Zadanie optymalizacji na poziomie podsekcji PKD jest tworzone na podstawie funkcji produkcji o postaci:

$$Y_{i,l} = K_{i,l}^{\beta_{i,l}} \prod_{\mathbf{z}} (L_{i,l,\mathbf{z}} H_{i,l,\mathbf{z}})^{\gamma_{i,l,\mathbf{z}}}, \quad (41)$$

gdzie przyjmujemy, że dla dowolnego  $\mathbf{i}$  i  $l$  zachodzi

$$\beta_{i,l} + \sum_{\mathbf{z}} \gamma_{i,l,\mathbf{z}} = 1. \quad (42)$$

Oznaczenia mają następującą interpretację:  $K_{i,l}$  to kapitał w sekcji  $\mathbf{i}$  i podsekcji  $l$ ,  $L_{i,l,\mathbf{z}}$  to praca w sekcji  $\mathbf{i}$ , podsekcji  $l$  oraz zawodzie  $\mathbf{z}$  i  $H_{i,l,\mathbf{z}}$  to kapitał ludzki w sekcji  $\mathbf{i}$ , podsekcji  $l$  oraz zawodzie  $\mathbf{z}$ .

Zadanie optymalizacyjne wygląda w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \max_{K_{i,l}, L_{i,l,\mathbf{z}}} P_{i,l} Y_{i,l} - r K_{i,l} - \sum_{\mathbf{z}} w_{i,l,\mathbf{z}} H_{i,l,\mathbf{z}} L_{i,l,\mathbf{z}} = \\ \max_{K_{i,l}, L_{i,l,\mathbf{z}}} P_{i,l} \left( K_{i,l}^{\beta_{i,l}} \prod_{\mathbf{z}} (L_{i,l,\mathbf{z}} H_{i,l,\mathbf{z}})^{\gamma_{i,l,\mathbf{z}}} \right) - r K_{i,l} - \sum_{\mathbf{z}} w_{i,l,\mathbf{z}} H_{i,l,\mathbf{z}} L_{i,l,\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (43)$$

Warunki optymalności pierwszego rzędu względem kapitału mają postać:

$$\frac{\partial}{\partial K_{i,l}} \left( P_{i,l} \left( K_{i,l}^{\beta_{i,l}} \prod_{\mathbf{z}} (L_{i,l,\mathbf{z}} H_{i,l,\mathbf{z}})^{\gamma_{i,l,\mathbf{z}}} \right) - r K_{i,l} - \sum_{\mathbf{z}} w_{i,l,\mathbf{z}} H_{i,l,\mathbf{z}} L_{i,l,\mathbf{z}} \right) = 0 \quad (44)$$

skąd otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \beta_{i,l} P_{i,l} \left( K_{i,l}^{\beta_{i,l}-1} \prod_{\mathbf{z}} (L_{i,l,\mathbf{z}} H_{i,l,\mathbf{z}})^{\gamma_{i,l,\mathbf{z}}} \right) - r &= 0 \\ \beta_{i,l} P_{i,l} \left( K_{i,l}^{\beta_{i,l}-1} \prod_{\mathbf{z}} (L_{i,l,\mathbf{z}} H_{i,l,\mathbf{z}})^{\gamma_{i,l,\mathbf{z}}} \right) &= r \\ \beta_{i,l} P_{i,l} \left( K_{i,l}^{\beta_{i,l}} \prod_{\mathbf{z}} (L_{i,l,\mathbf{z}} H_{i,l,\mathbf{z}})^{\gamma_{i,l,\mathbf{z}}} \right) &= r K_{i,l} \\ \beta_{i,l} \boxed{P_{i,l} Y_{i,l}} &= r K_{i,l} \end{aligned} \quad (45)$$

gdzie element zaznaczony to wartość dodana w sekcji  $\mathbf{i}$ , podsekcji  $l$ .

Warunki optymalności względem pracy mają postać:

$$\frac{\partial}{\partial L_{i,l,z}} \left( P_{i,l} \left( K_{i,l}^{\beta_{i,l}} \prod_{z'} (L_{i,l,z} H_{i,l,z})^{\gamma_{i,l,z}} \right) - r K_{i,l} - \sum_{z'} w_{i,l,z} H_{i,l,z} L_{i,l,z} \right) = 0 \quad (46)$$

skąd otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \gamma_{i,l,z} (L_{i,l,z} H_{i,l,z})^{\gamma_{i,l,z}-1} H_{i,l,z} P_{i,l} \left( K_{i,l}^{\beta_{i,l}} \prod_{z' \neq z} (L_{i,l,z'} H_{i,l,z'})^{\gamma_{i,l,z'}} \right) - w_{i,l,z} H_{i,l,z} &= 0 \\ \gamma_{i,l,z} (L_{i,l,z} H_{i,l,z})^{\gamma_{i,l,z}} P_{i,l} \left( K_{i,l}^{\beta_{i,l}} \prod_{z' \neq z} (L_{i,l,z'} H_{i,l,z'})^{\gamma_{i,l,z'}} \right) &= w_{i,l,z} H_{i,l,z} L_{i,l,z} \\ \gamma_{i,l,z} P_{i,l} \left( K_{i,l}^{\beta_{i,l}} \prod_{z'} (L_{i,l,z} H_{i,l,z})^{\gamma_{i,l,z}} \right) &= w_{i,l,z} H_{i,l,z} L_{i,l,z} \end{aligned} \quad (47)$$

i ostatecznie:

$$\gamma_{i,l,z} \boxed{P_{i,l} Y_{i,l}} = w_{i,l,z} H_{i,l,z} L_{i,l,z} \quad (48)$$

gdzie zaznaczony fragment to wartość dodana w sekcji  $\mathbf{i}$  i podsekcji  $l$ .

W celu agregacji oraz wyznaczenia płac wprowadzamy operator agregacji  $S(\cdot)$  i tworzymy równanie agregacji o postaci:

$$L_{i,z} H_{i,z} = \sum_{\mathbf{i} \in S(i), z \in S(z)} L_{i,l,z} H_{i,l,z}, \quad (49)$$

gdzie po lewej mamy podział po stronie popytu (zgodny z PKD), a po prawej – podział po stronie podaży. Zakładamy, że zachodzi warunek:

$$w_{i,l,z} = w_{i,z} \quad (50)$$

dla dowolnego  $\mathbf{i} \in S(i)$  oraz dowolnego  $z \in S(z)$  i dowolnego  $l$ .

Korzystamy z warunku optymalności (48) o postaci:

$$\gamma_{i,l,z} \boxed{P_{i,l} Y_{i,l}} = w_{i,l,z} H_{i,l,z} L_{i,l,z}, \quad (51)$$

który sumujemy przy ustalonych  $i$  i  $z$ , otrzymując:

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{i} \in S(i), z \in S(z), l} \gamma_{i,l,z} P_{i,l} Y_{i,l} &= \sum_{\mathbf{i} \in S(i), z \in S(z), l} w_{i,l,z} H_{i,l,z} L_{i,l,z}, \\ \sum_{\mathbf{i} \in S(i), z \in S(z), l} \gamma_{i,l,z} P_{i,l} Y_{i,l} &= \sum_{\mathbf{i} \in S(i), z \in S(z), l} w_{i,z} H_{i,l,z} L_{i,l,z}, \end{aligned} \quad (52)$$

z założenia

$$\sum_{i \in S(i), z \in S(z), l} \gamma_{i,l,z} P_{i,l} Y_{i,l} = w_{i,z} \sum_{i \in S(i), z \in S(z), l} H_{i,l,z} L_{i,l,z}, \quad (53)$$

z agregacji

$$\sum_{i \in S(i), z \in S(z), l} \gamma_{i,l,z} \boxed{P_{i,l} Y_{i,l}} = w_{i,z} H_{i,z} L_{i,z}, \quad (54)$$

ostatecznie otrzymujemy związek o postaci:

$$\frac{\sum_{i \in S(i), z \in S(z), l} \gamma_{i,l,z} \boxed{P_{i,l} Y_{i,l}}}{H_{i,z} L_{i,z}} = w_{i,z}, \quad (55)$$

lub

$$\frac{\sum_{i \in S(i), z \in S(z), l} \gamma_{i,l,z} VA_{i,l}}{H_{i,z} L_{i,z}} = w_{i,z}, \quad (56)$$

który to wzór służy do wyznaczenia cen.

Korzystając ze wzoru (39), powtórnego poniżej w innej formie:

$$\frac{VA_{i,I}}{VA_{i,T}} = \eta_i \left( \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \right)^{1-\sigma} \quad (57)$$

oraz z trywialnej agregacji

$$VA_{i,I} + VA_{i,T} = VA_i \quad (58)$$

można wyprowadzić równości:

$$\frac{VA_{i,I}}{VA_i} = \frac{\eta_i \left( \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \right)^{1-\sigma}}{1 + \eta_i \left( \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \right)^{1-\sigma}} \quad \text{oraz} \quad \frac{VA_{i,T}}{VA_i} = \frac{1}{1 + \eta_i \left( \frac{P_{i,I}}{P_{i,T}} \right)^{1-\sigma}}. \quad (59)$$

Ostatecznie wyprowadzamy następujące równanie cen:

$$P_{i,l} = \frac{1}{\beta_{i,l}^{\beta_{i,l}}} \frac{1}{\prod_z \gamma_{i,l,z}^{\gamma_{i,l,z}}} r^{\beta_{i,l}} \prod_z w_{i,l,z}^{\gamma_{i,l,z}}. \quad (60)$$

Powyższe równanie wyprowadza się przyrównując zysk w równowadze do zera w optymalizacji na poziomie podsekcji (zadanie optymalizacji (43)).

Ostatecznie ceny  $w_{i,l,z}$  (przy wcześniejszych założeniach) oblicza się jako punkt stały następującego odwzorowania<sup>5</sup>

$$w_{i,l,z} \rightarrow P_{i,l} \rightarrow VA_{i,l} \rightarrow w_{i,l,z} \quad (61)$$

gdzie pierwsze odwzorowanie jest zadane wzorem (60), drugie jest zadane wzorem (59), a trzecie wzorem (56).

Mając obliczone płace, można łatwo wyznaczyć zatrudnienie na podstawie warunku (48), otrzymując równanie o postaci:

$$\frac{\gamma_{i,l,z} \boxed{P_{i,l} Y_{i,l}}}{w_{i,l,z}^* H_{i,l,z}} = L_{i,l,z}, \quad (62)$$

gdzie  $w_{i,l,z}^*$  jest wyznaczonym punktem stałym.

### 3.9.3. Implementacja

Rozwiązanie modelu matematycznego zaproponowanego w module płacowym sprowadza się do znalezienia punktu stałego odwzorowania zadanego wzorami (60), (59) i (56). Analitycznie nie jest możliwe znalezienie formuł opisujących punkt stały. Zadanie to zostało zatem zrealizowane numerycznie, gdzie w sposób iteracyjny powtarza się obliczenia. Tak uzyskany ciąg przybliżeń zbiega do szukanego punktu stałego. Podstawowy schemat obliczeń przedstawia się następująco:

- 1 Tworzenie etykiet sektorów na podstawie etykiet w bazach danych.  
Definicja parametrów modelu.
- 2 Definicja funkcji pomocniczych.
- 3 Wczytanie danych.
- 4 Przygotowanie wewnętrznych struktur danych (wektoryzacja obliczeń).  
Inicjalizacja algorytmu obliczającego punkt stały.
- 5 Wykonanie kroku algorytmu obliczającego punkt stały.
- 6 Sprawdzenie warunku zbieżności. Jeżeli warunek nie jest spełniony,  
to powrót do kroku 5. W przeciwnym przypadku przejście do kroku 7.
- 7 Przekształcenie danych i zapisanie prognozy do bazy danych.

Moduł pobiera dane z następujących tabel:

- `tab_populacja_sb`
- `tab_wartoscDodanaSektory_sb`
- `tab_wartoscDodanaBrutto_sb`
- `tab_hcPodaz_sb`

5 Można wykazać, że odwzorowanie to jest kontrakcją, a więc istnienie i zbieżność do punktu stałego są zagwarantowane.



Moduł zapisuje dane do następujących tabel:

- `tab_zatrudnieniePopyt_sb`
- `tab_place_sb`
- `tab_placePopyt_sb`
- `tab_wartoscDodanaSektoryPodsektory_sb`
- `tab_wartoscDodanaSektoryNowe_sb`

### 3.9.4. Parametryzacja

Kalibracja modułu płacowego ogranicza się do ustalenia wartości parametrów strukturalnych modelu, tj. udziału pracy w technologii produkcji w poszczególnych sektorach, udziału firm innowacyjnych w poszczególnych sektorach, elastyczności substytucji pomiędzy dobrami innowacyjnymi a tradycyjnymi oraz udziału zawodów w agregacie pracy w poszczególnych sektorach. Wartości tych parametrów (z wyjątkiem udziału firm innowacyjnych oraz elastyczności substytucji) ustalamy bezpośrednio na podstawie danych odnośnie funduszu płac w poszczególnych sektorach (źródło GUS) oraz struktury zatrudnienia po zawodach w poszczególnych sektorach (BAEL).

Udział firm innowacyjnych w poszczególnych sektorach nie jest bezpośrednio obserwowany w danych. W tej sytuacji dokonaliśmy oszacowania udziału firm innowacyjnych na podstawie badania ankietowego firm (community innovation survey, Eurostat) dla krajów biorących udział w badaniu (w tym Polski). Uzyskane udziały firm innowacyjnych posłużyły następnie do oszacowania struktury zatrudnienia w firmach innowacyjnych i tradycyjnych. Założyliśmy tutaj, że struktura zatrudnienia w poszczególnych sektorach w poszczególnych krajach zależy od udziału firm innowacyjnych w jednakowy sposób.

Wersje regionalne modułu płacowego były kalibrowane w analogiczny sposób jak moduł krajowy na podstawie danych GUS oraz BAEL. W przypadku modeli regionalnych założyliśmy, że struktura tworzenia wartości dodanej z podziałem na firmy tradycyjne i innowacyjne jest taka sama jak dla Polski.

## 3.10. Moduł DSGE

### 3.10.1. Rola modułu

Zadaniem modułu DSGE jest symulacja wpływu szoków makroekonomicznych na gospodarkę ze szczególnym uwzględnieniem rynku pracy oraz procesu akumulacji kapitału ludzkiego. Model DSGE poza symulacją wpływu podstawowych zakłóceń makroekonomicznych umożliwia symulację szczegółowych polityk o charakterze strukturalnym w obszarze popytu na pracę, podaży pracy, rynku pracy oraz ewolucji kapitału ludzkiego. Wyniki symulacji z modelu DSGE są następnie dezagregowane i uszczegóławiane przez pozostałe moduły modelu.

Drugą ważną rolą modułu DSGE jest symulacja wpływu na gospodarkę interwencji symulowanych przez moduły mikroekonomiczne modelu. Trzecią rolą modułu DSGE jest zapewnienie komunikacji pomiędzy modułami mikroekonomicznymi. Rola ta jest istotna, gdyż moduły mikroekonomiczne nie modelują wszystkich interakcji pomiędzy zmiennymi modelu. Przykładowo interwencje wprowadzane w modele kapitału ludzkiego nie przenoszą się bezpośrednio na zmianę wartości dodanej sektorów, a przez to na popyt na pracę. Zasadnicze interakcje pomiędzy modułami, które nie są modelowane bezpośrednio przez moduły mikroekonomiczne, są wprowadzone przez moduł DSGE.

### 3.10.2. Metody

#### 3.10.2.a. Główne segmenty modelu

Model DSGE jest modelem opracowanym w IBS zgodnie z metodologią realnego cyklu gospodarczego (por. Kydland & Prescott (1982)) na bazie wcześniejszych modeli opracowanych w IBS (por. Bukowski & Kowal (2010b), Bukowski et al. (2008)). Jednostką czasu w modelu jest jeden kwartał.

Struktura modelu składa się z trzech głównych bloków: (1) gospodarstw domowych, (2) firm oraz (3) rządu. Te bloki są połączone ze sobą na trzech niezależnych rynkach: (1) pracy, (2) kapitału oraz (3) rynku dóbr. Gospodarstwa domowe oferują pracę, ustalają poziom popytu na dobra konsumpcyjne oraz na obligacje rządowe i akcje firm. Gospodarstwa domowe wchodzi w interakcje z producentami na rynku pracy, gdzie płace są negocjowane i zapełniane są wakaty w procesie poszukiwań i dopasowań. Na rynku pracy operują wyspecjalizowane firmy pośredniczące, które kupują pracę od gospodarstw domowych i sprzedają ją firmom w sektorze produkcji bazowej opisanym w dalszej części niniejszej publikacji. W zamian za pracę i oszczędności gospodarstwa domowe otrzymują dywidendy oraz płace od firm, od rządu zaś odsetki od obligacji, płacąc w tym samym czasie podatki nałożone na nie bezpośrednio przez rząd. Firmy produkują dobra finalne, które następnie są konsumowane przez gospodarstwa domowe, reinwestowane przez firmy, wykorzystywane przez rząd lub eksportowane. W procesie produkcyjnym, który opiszemy w szczegółach w sekcji 3.10.2.c, firmy zatrudniają pracę, kapitał, wykorzystują dobra pośrednie oraz energię. Ponieważ firmy są właścicielami swojego kapitału oraz posiadają siłę monopolistyczną, ich zyski są dodatnie, co umożliwia im płacenie dywidend dla ich akcjonariuszy. Dodatkowo firmy płacą podatki dochodowe oraz pośrednie rządowi. Z drugiej strony rząd dzieli swoje dochody podatkowe pomiędzy inwestycje publiczne, konsumpcję publiczną oraz transfery socjalne do gospodarstw domowych dla bezrobotnych oraz emerytów. Jest to model realny pozbawiony frukcji o charakterze keynesowskim.

W dalszej części opisu przyjmujemy konwencję czasową, zgodnie z którą zmienne z indeksem czasowym  $t$  należą do zbioru informacyjnego w okresie  $t$  wszystkich podmiotów w modelu.

#### 3.10.2.b. Gospodarstwa domowe

W okresie  $t \geq 0$  nasza gospodarka składa się z  $POP_t$  konsumentów, którzy mogą być w jednym z  $F$  stanów. Niech  $L_t^i, i \in F$  oznacza liczbę konsumentów w stanie  $i$ . Zbiór  $F$  opisany jest w sekcji 3.10.2.i. Wtedy

$$POP_t = \sum_{i \in F} L_t^i \quad (63)$$

Konsumenci tworzą reprezentatywne gospodarstwo domowe, które maksymalizuje następującą zdyskontowaną użyteczność ze strumienia konsumpcji:

$$U_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \times \sum_{i \in F} L_t^i u(C_t^i, h_t^i) \quad (64)$$

$$u(C, h) = \frac{\left( C \left( e^{-\xi t} (1 - h) \right)^\omega \right)^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} \quad (65)$$

gdzie  $\beta$  oznacza stopę dyskontową,  $\sigma$  determinuje międzyokresową elastyczność substytucji pomiędzy bieżącą a przyszłą konsumpcją,  $C_t^i$  jest efektywnym poziomem konsumpcji per capita konsumenta w stanie  $i$ ,  $h_t^i$  oznacza

ilość czasu spędzonego w pracy, a  $\omega$  determinuje elastyczność substytucji pomiędzy konsumpcją a czasem wolnym. Zmienna  $\xi_t^{LS}$  implementuje szok podaży pracy.

Łączny poziom konsumpcji reprezentatywnego gospodarstwa domowego wynosi:

$$C_t = \sum_{i \in F} L_t^i C_t^i \quad (66)$$

Zamierzamy śledzić dochody i wydatki każdego typu konsumentów. Decyzje inwestycyjne gospodarstwa domowego są jednak modelowane w uproszczony sposób przez założenie, że tylko gospodarstwo domowe jako całość operuje na rynku kapitałowym. Dochody gospodarstwa domowego składają się z (i) dywidend transferowanych od firm,  $\Pi_t$  (ii) dochodów z produktów oszczędnościowych  $B_t^C$  utworzonych przez producentów dóbr oszczędnościowych opisanych w sekcji 3.10.2.e dostarczających stopy procentowej  $R_t$ . Strona wydatkowa budżetu gospodarstw domowych składa się z wydatków na konsumpcję bazową,  $P_t^C C_t^B$ , transferowaną do członków gospodarstwa domowego, oraz podatków ryczałtowych,  $T_t$ . Gospodarstwa domowe inwestują także w aktywa  $A_t$ , które dostarczają jednookresową stopę procentową  $r_t - 1$ .

Konsumpcja bazowa  $C_t^B$  jest to transfer zysków kapitałowych do członka gospodarstwa od gospodarstwa domowego, które jest właścicielem kapitału. Transfer ten jest następnie konsumowany w całości przez członków gospodarstwa domowego, gdzie  $C_t^{B,0}$  to średnia konsumpcja bazowa przypadająca na członka gospodarstwa domowego.

Ograniczenie budżetowe gospodarstwa domowego przyjmuje postać:

$$P_t^C C_t^B + T_t + A_t = (1 + r_{t-1}) \times A_{t-1} + \Delta_t^B + \Pi_t \quad (67)$$

gdzie  $P_t^C$  jest ceną dobra konsumpcyjnego, a zmiana zasobu obligacji jest dana przez:

$$\Delta_t^B = B_{t-1}^C - \frac{B_t^C}{R_t} \quad (68)$$

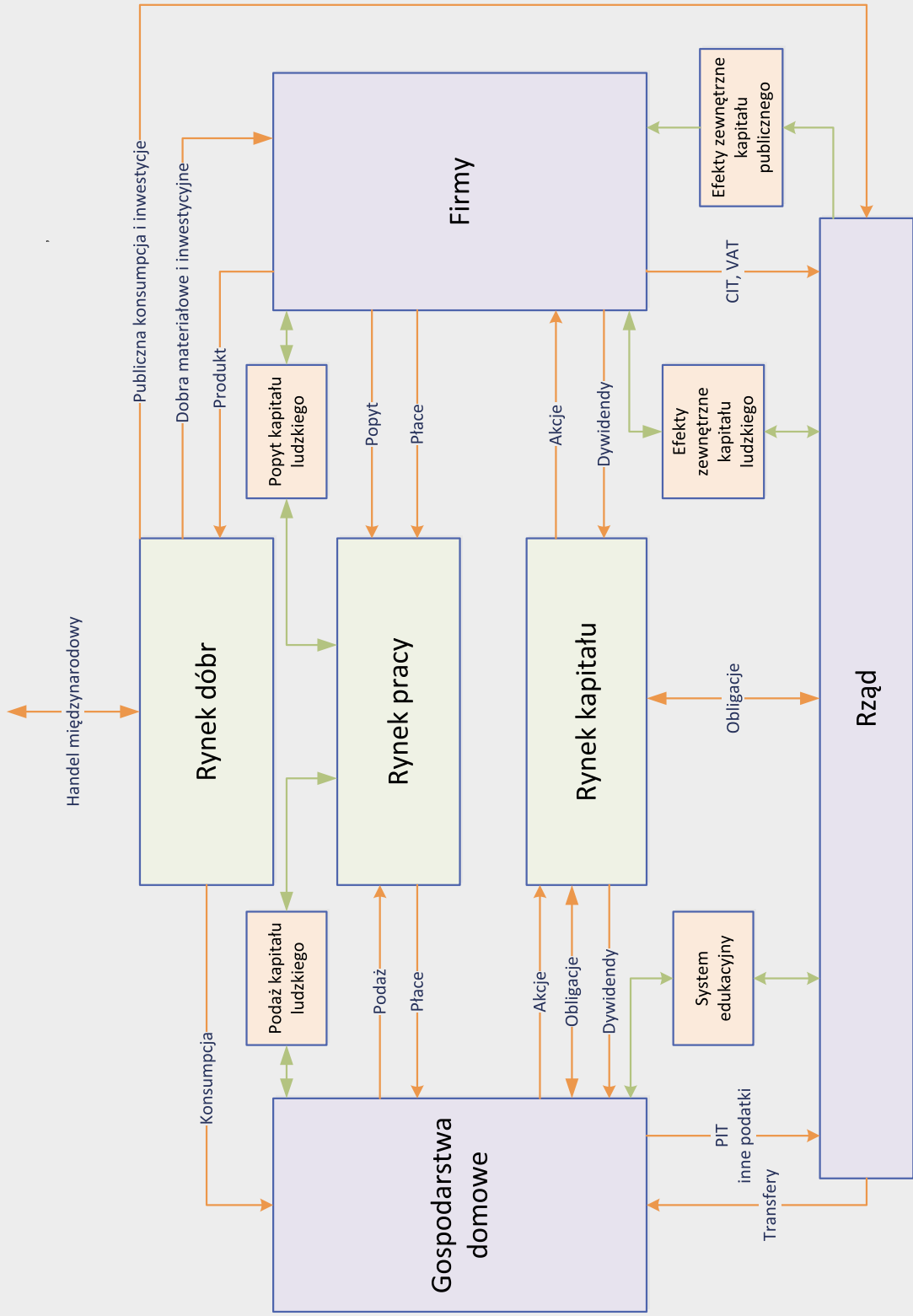
Każdy członek gospodarstwa domowego uzyskuje przychód z oferowanej pracy pomniejszony o podatek dochodowy, transfery od rządu, transfery od gospodarstwa domowego wynikające z zysków kapitałowych uzyskanych przez gospodarstwo domowe oraz wzajemnych transferów wewnątrz gospodarstwa domowego pomiędzy osobami pracującymi oraz niepracującymi. Wydatki członka gospodarstwa domowego składają się z wydatków konsumpcyjnych. Formalnie:

$$P_t^c C_t^i = \chi_i C_t^{B,0} + (1 - \tau_t^W)(1 - \tau_t^S) W_t^i + T_t^i - T_t^{iF} \quad (69)$$

dla każdego  $i \in F$ , gdzie  $\chi_i$  jest udziałem, w jakim dochody kapitałowe gospodarstwa domowego są transferowane do  $i$ -tego członka,  $C_t^{B,0}$  jest bazowym poziomem transferów kapitałowych spełniającym warunek:

$$C_t^B = \sum_{i \in F} \chi_i L_t^i C_t^{B,0} \quad (70)$$

Rysunek 6: Ogólna struktura modelu



$\tau_t^W$  oznacza stopę podatku dochodowego dla gospodarstw domowych,  $\tau_t^S$  oznacza składkę na ubezpieczenia społeczne,  $W_t^i$  jest płacą za efektywną pracę oferowaną przez  $i$ -tego członka,  $T_t^i$  oznacza transfer per capita od rządu, a  $T_t^{iF}$  jest poziomem transferów wewnątrz gospodarstwa domowego dla  $i$ -tego typu członka gospodarstwa. Gospodarstwo domowe opodatkowane jest podatkiem dochodowym ( $\tau_t^W$ ), składką na ubezpieczenie społeczne ( $\tau_t^S$ ) oraz podatkiem ryczałtowym ( $T_t$ ). Podatek ryczałtowy  $T_t$  pełni w modelu funkcję techniczną umożliwiając bilansowanie się budżetu rządu.

Transfery wewnątrz gospodarstwa domowego  $T_t^{iF}$  spełniają warunek:

$$\sum_{i \in F} T_t^{iF} L_t^i = 0 \quad (71)$$

W przypadku doskonałego podziału ryzyka zatrudnienia transfery wewnątrz gospodarstwa domowego są determinowane przez warunki:

$$\frac{\partial u(C_t^i, h_t^i)}{\partial C_t^i} = \lambda_t^C \quad (72)$$

dla każdego  $i \in F$ , gdzie  $\lambda_t^C$  jest mnożnikiem Lagrange'a z równania (66).

My wprowadzamy niedoskonały podział ryzyka zatrudnienia przez warunek:

$$\frac{\partial u(C_t^i, h_t^i)}{\partial C_t^i} = \omega_i \lambda_t^C \quad (73)$$

gdzie parametry  $\omega_i$  są determinowane przez warunki:

$$T^{iF,*} = 0 \quad (74)$$

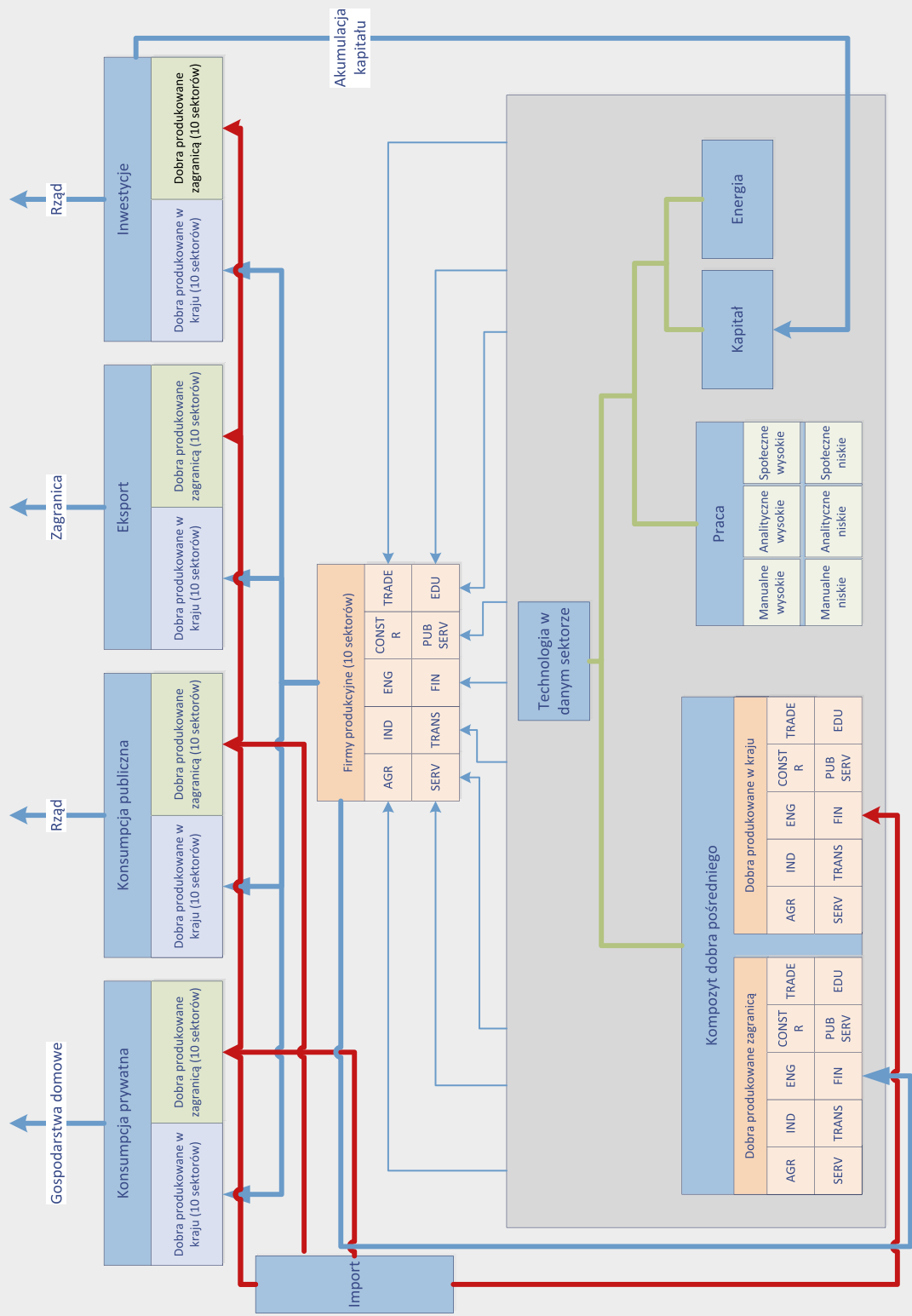
tj. transfery wewnątrz gospodarstwa domowego w stanie ustalonym są równe zero. Model niedoskonałego podziału ryzyka bazuje na podejściu zastosowanym w Givens (2007).

### 3.10.2.c. Firmy

#### 3.10.2.c.1. Struktura produkcyjna

W modelu istnieje dziesięć sektorów produkujących podstawowe dobra sektorowe: (1) rolnictwo oraz leśnictwo (AGR), (2) przemysł oraz przetwórstwo (IND), (3) produkcja energii (ENG), (4) usługi budowlane (CST), (5) handel detaliczny i hurtowy (TRD), (6) usługi rynkowe (SRV), (7) usługi transportowe (TRN), (8) usługi finansowe (FIN), (9) usługi publiczne (PUB) oraz (10) edukacja (EDU). Produkcja dóbr odbywa się w trzech etapach. W pierwszym etapie podstawowe dobro sektorowe jest produkowane przez monopolistycznie konkurencyjne firmy, które wykorzystują kapitał, pracę, materiały i energię jako czynniki produkcji. Dobra te są następnie sprzedawane firmom handlującym operującym na rynku krajowym i zagranicznym. W końcu produkt firm handlujących jest nabywany przez: (i) (jako dobro pośrednie) producentów dóbr podstawowych (w każdym sektorze); (ii) (sektorowe) firmy eksportujące, które dystrybuują produkcję krajową na rynki zagraniczne oraz (iii) trzy typy producentów dóbr finalnych produkujących

Rysunek 7: Schemat struktury produkcyjnej



(1) dobra inwestycyjne, (2) publiczne oraz (3) prywatne dobro konsumpcyjne. Finalna produkcja jest przedmiotem handlu na rynku dóbr pomiędzy gospodarstwami domowymi, producentami dóbr podstawowych (krajowymi i zagranicznymi) oraz rządem, zgodnie z przepływami określonymi przez tablice input/output.

### 3.10.2.c.2. Firmy produkcyjne

**Międzyokresowy problem optymalizacyjny.** W każdym sektorze  $s \in S$  istnieje nieskończenie wiele identycznych konkurencyjnie monopolistycznych firm produkujących dobro podstawowe  $Y_t^s$  i sprzedających je po cenie  $P_t^s$ , biorących funkcję popytu na swoje produkty jako daną. Firmy wykorzystują kapitał  $K_t^s$ , pracę  $N_t^s$ , materiały  $M_t^s$  oraz energię  $ENG_t^s$  jako czynniki produkcji. Firmy płacą także podatek CIT oraz akcyzę. Problem optymalizacyjny firm polega na maksymalizacji oczekiwanego zdyskontowanego strumienia zysków:

$$\max \tilde{\Pi}_0^s, \quad \tilde{\Pi}_t^s = \Pi_t^s + E_t\{\Lambda_{t+1}\tilde{\Pi}_{t+1}^s\}. \quad (75)$$

gdzie  $\Pi_t^s$  oznacza przepływy pieniężne uzyskane w okresie  $t$  oraz  $\Lambda_t$  reprezentuje stochastyczny czynnik dyskontujący odzwierciedlający preferencje gospodarstw domowych, które są właścicielami firm.

**Technologia.** Technologia produkcji dóbr jest analogiczna jak w modelach wielosektorowych gospodarki otwartej klasy CGE, por. Knudsen et al. (1998). Kapitał, dobra pośrednie, elektryczność oraz praca są wykorzystywane w procesie produkcji dobra podstawowego  $Y_t^s$ , który przebiega w trzech etapach. W pierwszym etapie efektywny kapitał  $u_t^s K_t^s$  oraz elektryczność  $ENG_t^s$  są wykorzystywane do produkcji dobra kompozytowego  $KE_t^s$  zgodnie z następującą technologią produkcji typu CES:

$$KE_t^s = \left[ (1 - \theta_{ENG,t}^s)^{\frac{1}{\epsilon_E^s}} (u_t^s K_t^s)^{\frac{\epsilon_E^s - 1}{\epsilon_E^s}} + (\theta_{ENG,t}^s)^{\frac{1}{\epsilon_E^s}} (ENG_t^s)^{\frac{\epsilon_E^s - 1}{\epsilon_E^s}} \right]^{\frac{\epsilon_E^s}{\epsilon_E^s - 1}} \quad (76)$$

gdzie  $u_t^s$  oznacza stopę wykorzystania kapitału,  $\theta_{ENG,t}^s$  determinuje udział energii w sektorze  $s$  w technologii produkcji, a  $\epsilon_E^s$  jest elastycznością substytucji pomiędzy kapitałem a energią.

W drugim etapie dobro kompozytowe  $KE_t^s$  jest łączone z agregatem pracy  $N_t^s$  zgodnie z technologią CES w celu produkcji kolejnego dobra kompozytowego  $KLE_t^s$ :

$$KLE_t^s = \left[ (\theta_{KE,t}^s)^{\frac{1}{\epsilon_{KE}^s}} (KE_t^s)^{\frac{\epsilon_{KE}^s - 1}{\epsilon_{KE}^s}} + (1 - \theta_{KE,t}^s)^{\frac{1}{\epsilon_{KE}^s}} (N_t^s)^{\frac{\epsilon_{KE}^s - 1}{\epsilon_{KE}^s}} \right]^{\frac{\epsilon_{KE}^s}{\epsilon_{KE}^s - 1}} \quad (77)$$

gdzie  $(1 - \theta_{KE}^s)$  ustala udział pracy w technologii produkcji, a  $\epsilon_{KE}^s$  jest elastycznością substytucji pomiędzy kompozytem kapitał-energia a pracą.

Agregat pracy jest dany przez technologię CES agregującą pracę wymagającą kapitału ludzkiego kognitywnego-technicznego, kognitywnego-społecznego oraz niekognitywnego, tj.:

$$N_t^s = \left[ \sum_{i \in H} \theta_i^s (N_t^{si})^{\frac{\epsilon_H - 1}{\epsilon_H}} \right]^{\frac{\epsilon_H}{\epsilon_H - 1}} \quad (78)$$

gdzie  $H$  jest zbiorem typów kapitału ludzkiego (kognitywny-techniczny, kognitywny-społeczny, niekognitywny),  $\theta_i^s$  determinuje udział pracy wymagającej danego typu kapitału ludzkiego w kompozycji pracy,  $\epsilon_H$  jest elastycznością substytucji pomiędzy pracą różnego rodzaju, a  $N_t^{si}$  jest wielkością efektywnej pracy danego typu.

Dalej  $N_t^{si}$  jest agregatem CES łączącym pracę wymagającą danego typu kapitału ludzkiego na różnym poziomie (tj. wysokim i niskim poziomie):

$$N_t^{si} = \left[ \sum_{j \in HQ} \theta_j^{si} \left( e^{\xi_t^{L,ij} + \xi_t^{L,s,ij}} N_t^{sij} \right)^{\frac{\epsilon_{HQ}-1}{\epsilon_{HQ}}} \right]^{\frac{\epsilon_{HQ}}{\epsilon_{HQ}-1}} \quad (79)$$

dla  $i \in H$ , gdzie  $HQ$  jest zbiorem poziomu kapitału ludzkiego danego typu (wysoki, niski),  $\theta_j^{si}$  determinuje udział  $j$ -tego poziomu kapitału ludzkiego w pracy wymagającej  $i$ -tego typu kapitału ludzkiego,  $\epsilon_{HQ}$  jest elastycznością substytucji pomiędzy pracą danego typu wymagającą różnego poziomu kapitału ludzkiego, a  $N_t^{sij}$  jest ilością efektywnej pracy  $i$ -tego typu wymagającą  $j$ -tego poziomu kapitału ludzkiego zatrudnioną w sektorze  $s$ .

Zmienne  $\xi_t^{L,ij}$  oraz  $\xi_t^{L,s,ij}$  implementują szoki popytu na pracę. Pierwszy z szoków jest indeksowany zawodem ( $i, j$ ) a drugi zawodem i sektorem. Co do zasady szok  $\xi_t^{L,ij}$  jako mniej ogólny jest niekonieczny. Jego istnienie ułatwia jednak wykorzystanie modelu, gdyż zakłócenie popytu na pracę w stopniu jednakowym w każdym z sektorów nie wymaga ustalenia wartości szoków  $\xi_t^{L,s,ij}$  dla każdego z sektorów. Taki sposób formułowania zakłóceń jest wykorzystywany bardzo często w modelu.

W finalnym etapie agregat kapitał–energia–praca ( $KLE_t^s$ ) oraz kompozyt materiałowy ( $M_t^s$ ) są wykorzystywane jako czynniki produkcji w procesie produkcji podstawowego dobra sektorowego  $Y_t^s$  zgodnie z następującą technologią produkcji:

$$KLEM_t^s = \left[ (1 - \theta_{M,t}^s)^{\frac{1}{\epsilon_M^s}} (KLE_t^s)^{\frac{\epsilon_M^s-1}{\epsilon_M^s}} + (\theta_{M,t}^s)^{\frac{1}{\epsilon_M^s}} (M_t^s)^{\frac{\epsilon_M^s-1}{\epsilon_M^s}} \right]^{\frac{\epsilon_M^s}{\epsilon_M^s-1}} \quad (80)$$

$$Y_t^s = e^{\xi_t^Y + \xi_t^{Y,s}} \times KLEM_t^s \times (K_t^{PUB})^{\epsilon_{KP}} \quad (81)$$

gdzie  $\theta_{M,t}^s$  ustala udział materiałów w procesie technologicznym, a  $\epsilon_M^s$  jest elastycznością substytucji pomiędzy materiałami a kompozytem kapitał–energia–praca. Produkcja dobra sektorowego korzysta z kapitału publicznego  $K_t^{PUB}$ , tj. kapitału zakumulowanego przez sektor publiczny poprzez efekty zewnętrzne z nim związane, głównie infrastrukturę. Dodatkowo  $\xi_t^Y$  jest szokiem produktywności wpływającym na produktywność wszystkich sektorów w gospodarce w jednakowym stopniu, natomiast  $\xi_t^{Y,i}$  są szokami produktywności wpływającymi tylko na dany sektor. Elastyczność produkcji względem poziomu publicznej infrastruktury jest dana przez  $\epsilon_{KP}$ .

**Dobra pośrednie.** Zagregowane dobro materiałowe  $M_t^s$  użyte w sektorze  $s$  jest produkowane zgodnie z technologią Leontiefa, wykorzystując materiały  $M_{i,t}^s$  nabywane od wszystkich producentów podstawowych dóbr sektorowych:

$$M_{i,t}^s = \theta_{i,t}^s M_t^s \quad (82)$$

gdzie  $\theta_{i,t}^s$  spełniające warunek  $\sum_{i \in S} \theta_{i,t}^s = 1$  określają udziały dóbr pośrednich  $i$  w łącznym zużyciu dóbr materiałowych w sektorze  $s$ .

**Import dóbr materiałowych.** Pośrednie dobro materiałowe  $M_{i,t}^s$ ,  $i \in S$  jest kompozytem dóbr produkowanych w kraju i za granicą zgodnie z technologią Armingtona:

$$M_{i,t}^s = \left[ e^{\xi_t^{D,i}} (\theta_{iH,t}^s)^{\frac{1}{\epsilon_H^i}} (M_{i,H,t}^s)^{\frac{\epsilon_H^i-1}{\epsilon_H^i}} + e^{sD,si} \xi_t^{D,i} (1 - \theta_{iH,t}^s)^{\frac{1}{\epsilon_H^i}} (M_{i,F,t}^s)^{\frac{\epsilon_H^i-1}{\epsilon_H^i}} \right]^{\frac{\epsilon_H^i}{\epsilon_H^i-1}} \quad (83)$$



gdzie  $M_{i,H,t}^s$  i  $M_{i,F,t}^s$  oznaczają ilość dóbr pośrednich typu  $i \in S$ , produkowanych odpowiednio w kraju i za granicą, wykorzystaną do produkcji kompozytu materiałowego użytego w sektorze  $s$ . Udziały dóbr produkowanych w kraju są determinowane przez parametr  $\theta_{iH,t}^s$ , podczas gdy  $\epsilon_H^i$  jest elastycznością substytucji pomiędzy dobrami krajowymi i zagranicznymi typu  $i$ . Dla uproszczenia zakładamy, że elastyczność substytucji pomiędzy  $i$ -tym dobrem pośrednim produkowanym w kraju i za granicą jest taka sama we wszystkich sektorach  $s$ , które wykorzystują  $i$ -te dobro. Zmienna  $\xi_t^{D,i}$  odpowiada szokowi popytu krajowego na dobra sektora  $i$ . Parametr  $s^{D,si}$  ustalony jest w taki sposób, żeby w stanie ustalonym szok popytowy  $\xi_t^{D,i}$  nie wpływał na poziom produkcji dobra  $M_{i,t}^s$ , tj. żeby nie miał efektów po stronie podażowej.

Agregat energetyczny  $ENG_t^s$  jest dany przez taki sam agregat Armingtona:

$$ENG_t^s = M_{ENG,t}^s \quad (84)$$

Należy podkreślić, że parametry  $\theta_{i,M,t}^s$  dla  $i \in S$  i  $\theta_{E,t}^s$  oraz parametry  $\theta_{iH,t}^s$  dla  $s, i \in S$  pozwalają nam na pełną reprezentację przepływów międzygałęziowych zawartą w macierzach I/O włącznie z dezagregacją na dobra produkowane w kraju i za granicą.

**Decyzje inwestycyjne.** Niech  $K_t^{A,s}$  oznacza wartość księgową środków trwałych firmy. Wartość zakumulowanych aktywów  $K_t^{A,s}$  jest dana następującym równaniem:

$$K_t^{A,s} = (1 - \delta_K^s) K_{t-1}^{A,s} + P_t^I I_t^s \quad (85)$$

gdzie  $\delta_K^s$  jest tempem deprecjacji kapitału, które może różnić się między sektorami w związku z cechami charakterystycznymi kapitału wykorzystywanego w różnych sektorach. Bieżąca wartość księgową kapitału jest równa wartości księgowej kapitału w poprzednim okresie, pomniejszona o deprecjację oraz powiększona o wartość dzisiejszych inwestycji  $P_t^I I_t^s$ , gdzie  $P_t^I$  jest ceną dóbr inwestycyjnych.

Zasób kapitału w sektorze  $s$  jest dany analogicznie:

$$K_t^s = (1 - \delta_K) K_{t-1}^s + I_t^{s,K} \quad (86)$$

gdzie  $I_t^{s,K}$  określa fizyczną ilość nowo zainstalowanych dóbr inwestycyjnych. Zakładamy istnienie mechanizmu zmiennej intensywności wykorzystania kapitału (Greenwood et al. (1988)), zgodnie z którym firma ponosi koszt  $MC_t^s$  wynikający z wykorzystania kapitału, a wyrażony w jednostkach dóbr inwestycyjnych, który jest równy:

$$MC_t^s = \alpha_{us} \left( (u_t^s)^{\beta_u} - 1 \right) \quad (87)$$

z parametrem  $\alpha_{us}$  determinowanym przez warunek, że w stanie ustalonym poziom wykorzystania kapitału jest równy 1. Dodatkowo istnieje frykcja inwestycyjna związana z tym, że podwyższone tempo instalacji kapitału wiąże się z dodatkowym kosztem zgodnie z mechanizmem kwadratowych kosztów dostosowania kapitału (por. Roehle (2013)). Ten dodatkowy koszt ( $CAC_t^s$ ) wyrażony w jednostkach dóbr inwestycyjnych jest dany przez:

$$CAC_t^s = \frac{\eta \left( \frac{I_t^{s,K}}{K_t^s} - \frac{I^{*K}}{K^*} \right)^2}{2} \quad (88)$$

gdzie zmienne z gwiazdką oznaczają poziom danej zmiennej w stanie ustalonym.

Łączny popyt inwestycyjny w sektorze  $s$  jest równy inwestycjom powiększającym zasób kapitału oraz kosztom związanym z wykorzystaniem kapitału i frykcjami inwestycyjnymi:

$$I_t^s = I_t^{s,K} + MC_t^s + CAC_t^s \quad (89)$$

**Ustalanie cen.** Prezentowany model jest modelem realnym, nie ma w nim inflacji cen nominalnych. Ceny realne dóbr mogą jednak się zmieniać. Producenci podstawowych dóbr sektorowych posiadają siłę monopolistyczną, przez co mogą ustalać ceny na produkowane przez siebie dobra. Producenci ustalają cenę w taki sposób, żeby zmaksymalizować zdyskontowany zysk (75) biorąc funkcję popytu na produkowane dobra wynikającą z równania (100) jako daną. Ta funkcja popytu przyjmuje postać:

$$Y_t^s = \bar{Y}_t^s \left( \frac{P_t^s}{\bar{P}_t^s} \right)^{-\rho^s} \quad (90)$$

gdzie zagregowany popyt  $\bar{Y}_t^s$  oraz zagregowana cena  $\bar{P}_t^s$  są brane jako dane. Tym samym ceny ustalane są zgodnie z mechanizmem konkurencji monopolistycznej analogicznie jak w Galii (1994).

**Frykcje finansowe.** Firmy podlegają frykcjom finansowym. Zakładamy, że część kapitału jest finansowana z kredytu w taki sposób, że firmy utrzymują stopę zadłużenia  $LR_t^s$  na ustalonym egzogenicznie poziomie:

$$LR_t^s = \frac{K_t^{As}}{K_t^{As} - B_t^s} \quad (91)$$

gdzie  $B_t^s$  oznacza ilość długu zaciągniętego przez firmy w sektorze  $s$  (por. Yao (2012)). Przepływy netto wynikające z zarządzania tym długiem wynoszą:

$$\Psi_t^{s,D} = \frac{B_t^s}{R_t} - B_{t-1}^s \quad (92)$$

gdzie  $R_t$  jest ceną nominalną długu. Dług jest oferowany przez producentów produktów oszczędnościowych.

**Ograniczenie budżetowe.** Zyski firm podlegające opodatkowaniu są równe przychodom ze sprzedaży dóbr  $P_t^s Y_t^s$ , pomniejszonym o koszty pracy  $LFE_t^s$ , koszty dóbr pośrednich  $CM_t^s$ , nałożone podatki  $EXC_t^s$  oraz koszty obsługi długu  $\Psi_t^{s,D}$ . Formalnie:

$$\Pi_t^{s,B} = P_t^s Y_t^s - LFE_t^s - CM_t^s - EXC_t^s - \Psi_t^{s,D} \quad (93)$$

Koszty pracy są równe:

$$LFE_t^s = \sum_{i \in H, j \in HQ} N_t^{sij} W_t^{ij} \quad (94)$$

gdzie  $N_t^{sij}$  oznacza całkowity popyt na pracę typu  $i \in H$  wymagającą kapitału ludzkiego na poziomie  $j \in HQ$  wyrażoną w jednostkach efektywnych, a  $W_t^{ij}$  jest płacą za jednostkę efektywności pracy typu  $(i, j)$ . Koszt dóbr pośrednich wynosi:

$$CM_t^s = \sum_{i \in S} P_t^{iH} M_{i,H,t}^s + \sum_{i \in S} P_t^{i,IM} M_{i,F,t}^s \quad (95)$$

gdzie  $P_t^{i,IM}$  jest ceną  $i$ -tego typu dóbr importowanych wyrażoną w walucie domowej.

Akcyza płacona przez producenta dobra jest równa:

$$EXC_t^s = \tau_t^{E,s} Y_t^H \quad (96)$$

gdzie  $\tau_t^{E,s}$  jest stawką podatku. Bazą podatku akcyzowego jest więc wolumen produkcji.

Dywidendy płacone gospodarstwom domowym są równe zyskom podlegającym opodatkowaniu  $\Pi_t^{s,B}$  pomniejszonym o wielkość podatku CIT oraz koszty inwestycji:

$$\Pi_t^s = \Pi_t^{s,B} - CIT_t^s - P_t^I I_t^s \quad (97)$$

gdzie  $P_t^I$  jest ceną dóbr inwestycyjnych. Wysokość podatku CIT jest równa:

$$CIT_t^s = \tau_t^{CIT} (\Pi_t^{s,B} - AMORT_t^s) \quad (98)$$

gdzie  $\tau_t^{CIT}$  jest stopą podatku CIT, a zmienna  $AMORT_t^s$  oznacza wartość amortyzacji, tj.:

$$AMORT_t^s = \delta_K^s K_{t-1}^{A,s} \quad (99)$$

### 3.10.2.c.3. Producenci finalni sektorowych dóbr podstawowych

Finalne sektorowe dobro podstawowe  $\bar{Y}_t^s$  w sektorze  $s$  jest kompozytem tworzonym przez nieskończenie wiele dóbr pośrednich  $Y_t^s(i)$  produkowanych przez firmy opisane w sekcji 3.10.2.c. Firma finalna produkuje dobro z wykorzystaniem technologii Dixita–Stiglitz.

Producenci finalni kupują dobra pośrednie, przekształcają je w dobro  $\bar{Y}_t^s$ , a następnie sprzedają je na doskonale konkurencyjnym rynku. Producenci maksymalizują zyski dane przez:

$$\bar{\Pi}_t^s = \bar{P}_t^s \bar{Y}_t^s - \int_0^1 P_t^s(i) Y_t^s(i) di \quad (100)$$

$$s.t. \bar{Y}_t^s = \left( \int_0^1 (Y_t^s(i))^{\frac{\rho^s-1}{\rho^s}} di \right)^{\frac{\rho^s}{\rho^s-1}} \quad (101)$$

gdzie  $\bar{P}_t^s$  i  $P_t^s(i)$  oznaczają cenę finalnego dobra sektorowego oraz cenę pośredniego dobra sektorowego, parametr  $\rho^s$  określa elastyczność substytucji pomiędzy dobrami pośrednimi, a przez to ustala marże nakładane przez producentów dóbr pośrednich opisanych w sekcji 3.10.2.c.2. W równowadze symetrycznej  $Y_t^s(i) = \bar{Y}_t^s$ ,  $P_t^s(i) = \bar{P}_t^s$  dla każdego  $i \in (0, 1)$ .

Producenci finalni sektorowych dóbr podstawowych umożliwiają wprowadzenie mechanizmu konkurencji monopolistycznej (por. Galí (1994)) opisanego w sekcji 3.10.2.c.2 w części „Ustalanie cen”.

### 3.10.2.c.4. Importerzy dóbr sektorowych

Dobra importowane sektorowe są produkowane przez doskonale konkurencyjnych importerów z wykorzystaniem liniowej technologii produkcji, która transformuje jednostkę dobra zagranicznego w jednostkę dobra importowanego sprzedawanego w kraju. Tym samym cena dobra importowanego spełnia warunek:

$$P_t^{s,IM} = q_t^f P_t^{s,f} \quad (102)$$

gdzie  $P_t^{s,f}$  jest ceną dobra finalnego sektorowego produkowanego przez sektor  $s$  za granicą, wyrażoną w walucie zagranicznej, a  $q_t^f$  jest realnym kursem walutowym.

### 3.10.2.c.5. Eksporterzy dóbr sektorowych

Doskonale konkurencyjny sektor eksporterów produkuje dobra sektorowe używane za granicą z wykorzystaniem technologii liniowej, która transformuje jednostkę krajowego sektorowego dobra finalnego w jednostkę dobra sektorowego wykorzystaną za granicą. Tym samym cena dobra krajowego eksportowanego za granicą wyrażona w walucie zagranicznej wynosi:

$$P_t^{s,f,EX} = \frac{1}{q_t} \bar{P}_t^s \quad (103)$$

Zagranica jest modelowana w uproszczony sposób zgodnie z założeniem, że Polska jest małą gospodarką otwartą (por. Obstfeld & Rogoff (2000)). Popyt zagraniczny na krajowe dobra eksportowane jest równy:

$$Y_t^{s,EX} = e^{\epsilon_F s} \left( \frac{P_t^{s,f,EX}}{P_t^f} \right)^{-\epsilon_F} Y_t^{s,f} \quad (104)$$

gdzie  $\epsilon_F$  jest elastycznością popytu zagranicznego względem ceny, a  $Y_t^{s,f}$  jest egzogenicznie danym popytem zagranicznym na dobra produkowane w kraju.

### 3.10.2.c.6. Produkcja dóbr finalnych

Istnieją trzy różne typy dóbr finalnych w modelu: konsumpcja ( $CNS$ ), inwestycje ( $INV$ ) oraz konsumpcja publiczna ( $GOV$ ). Finalne dobro konsumpcyjne jest nabywane przez gospodarstwa domowe, finalne dobro inwestycyjne jest wykorzystywane w procesie akumulacji kapitału przez firmy i rząd, a finalne dobro publiczne jest wykorzystywane przez rząd w celu zapewnienia konsumpcji publicznej. Oznaczmy zbiór dóbr finalnych przez  $F = \{CNS, INV, GOV\}$ .

Dobra finalne  $Y_t^f, f \in \mathcal{F}$  jest produkowane przez doskonale konkurencyjnych producentów, którzy maksymalizują zysk  $\Pi_t^f$  dany przez:

$$\Pi_t^f = P_t^f Y_t^f - COST_t^f - VAT_t^f \quad (105)$$

gdzie  $COST_t^f$  oznacza wszystkie koszty produkcji, a  $VAT_t^f$  jest wielkością podatku pośredniego płaconą przez producentów dóbr finalnych.

Dobra finalne są produkowane na podstawie funkcji produkcji  $F_{PROD}^f$  z wykorzystaniem dóbr pośrednich  $M_{j,t}^f, j \in S$ :

$$Y_t^f = F_{PROD}^f \left( \{M_{j,t}^f, j \in S\} \right) \quad (106)$$

gdzie funkcja  $F_{PROD}^f$  ma tę samą postać jak w sekcji 3.10.2.c.2, a  $M_{j,t}^f$  są kompozytami materiałowymi.

Kompozyty materiałowe  $M_{i,t}^f, i \in S$  produkowane są w oparciu o technologię Armingtona z wykorzystaniem finalnych dóbr sektorowych produkowanych w kraju i za granicą:

$$M_{i,t}^f = \left[ e^{\xi_t^{D,i}} (\theta_{iH,t}^f)^{\frac{1}{\epsilon_H^i}} (M_{i,H,t}^f)^{\frac{\epsilon_H^i-1}{\epsilon_H^i}} + e^{s^{D,fi} \xi_t^{D,i}} (1 - \theta_{iH,t}^f)^{\frac{1}{\epsilon_H^i}} (M_{i,F,t}^f)^{\frac{\epsilon_H^i-1}{\epsilon_H^i}} \right]^{\frac{\epsilon_H^i}{\epsilon_H^i-1}} \quad (107)$$

gdzie  $M_{i,H,t}^f$  i  $M_{i,F,t}^f$  oznaczają ilość dóbr pośrednich typu  $i \in S$  produkowanych odpowiednio w kraju i za granicą, wykorzystanych w produkcji dobra finalnego  $f$ . Podobnie  $\theta_{iH,t}^f$  ustala udział dóbr produkowanych w kraju w sektorze  $i \in S$  w produkcji dobra finalnego  $f$ , a  $\epsilon_H^i$  jest elastycznością substytucji pomiędzy dobrami krajowymi i zagranicznymi produkowanymi przez sektor  $i$ . Zmienna  $\xi_t^{D,i}$  odpowiada za szok popytu krajowego analogicznie jak w przypadku firm produkujących dobra podstawowe, rola parametru  $s^{D,fi}$  również jest analogiczna.

Łączny koszt produkcji dobra finalnego jest równy:

$$COST_t^f = \sum_{i \in S} P_t^{iH} M_{i,H,t}^f + \sum_{i \in S} P_t^{i,IM} M_{i,F,t}^f \quad (108)$$

Wartość podatku pośredniego VAT płaconego przez producentów finalnych dóbr konsumpcyjnych jest równa:

$$VAT_t^{CNS} = \sum_{s \in S} VAT_t^{s,CNS} \quad (109)$$

$$VAT_t^{s,CNS} = \tau_s^V \times (P_t^{iH} M_{i,H,t}^f + P_t^{i,IM} M_{i,F,t}^f) \quad (110)$$

Stawki podatku pośredniego  $\tau_s^V$  mogą być różne dla produktów wytwarzanych przez różne sektory. Podatek pośredni płacony przez producentów dóbr inwestycyjnych i publicznych jest równy zero.

### 3.10.2.d. Rynek pracy, demografia i kapitał ludzki

#### 3.10.2.d.1. Dynamika zatrudnienia, kapitału ludzkiego i demografii

Rynek pracy jest modelowany zgodnie z podejściem poszukiwań i dopasowań, bazując na wynikach Mortensen (1989) i Pissarides (1990). W tym podejściu zaangażowani są pracodawcy, którzy zgłaszają wakaty oraz poszukujący pracy, którzy zgłaszają oferty pracy. Proces dopasowań pomiędzy tymi dwoma stronami nie jest doskonały, więc liczba zapełnionych wakatów  $J_t$  jest mniejsza niż popyt zgłoszony przez pracodawców i podaż zgłoszona przez bezrobotnych. W modelu jest silne rozróżnienie pomiędzy bezrobotnymi  $U_t$  i nieaktywnymi  $IN_t$ , którzy łącznie tworzą zasób niezatrudnionych  $NE_t$ . Zakładamy, że nieaktywni zawodowo są słabo związani z rynkiem pracy i składają oferty pracy ze stałą, niską intensywnością, podczas gdy bezrobotni składają oferty pracy z intensywnością determinowaną endogenicznie. Rozróżnienie pomiędzy tymi dwoma grupami jest kalibrowane poprzez nałożenie egzogenicznego przepływu między tymi dwoma grupami.

Niech  $AGE$  oznacza zbiór kohort wiekowych. Ten zbiór jest podzielony na trzy rozłączne podzbiory,  $AGE_Y = \{0, 1, \dots, a_Y\}$ ,  $AGE_W = \{a_Y+1, \dots, a_W\}$ ,  $AGE_R = \{a_W+1, \dots, a_R\}$ , oznaczające odpowiednio osoby młode, osoby w wieku produkcyjnym oraz osoby na emeryturze. Niech  $SEX = \{K, M\}$  oznacza zbiór płci. Niech  $L_t^{ask}$  oznacza liczbę osób w wieku  $a$ , płci  $s$  i  $k \in HK$ , gdzie  $HK$  jest zbiorem innych charakterystyk. Szczegółowe definicje zbiorów użytych w modelu znajdują się w sekcji 3.10.2.i.

Niech  $H_t^{ask;m}$  oznacza średnią kapitału ludzkiego w grupie osób w wieku  $a$ , płci  $s$ , o innej charakterystyce  $k$  oraz typu  $m \in HT$ , gdzie  $HT$  jest zbiorem typów kapitału ludzkiego zawierającym kapitał ludzki analityczny oraz społeczny, tj.  $HT = \{COGA, COGS\}$ .

W okresie  $t$  rodzi się,  $NB_t^{sk}$ , egzogenicznie dana liczba osób o płci  $s$  i innej charakterystyce  $k$ . Nowe osoby rodzą się z egzogenicznie danym kapitałem ludzkim  $NBH_t^{sk;m}$  typu  $m \in HT$ .

Liczba osób w wieku 0 spełnia warunek:

$$L_t^{0,sk} = NB_t^{sk} + q_t^{0,0;s} L_{t-1}^{0sk} \quad (111)$$

Poziom kapitału ludzkiego dla osób w wieku 0 spełnia warunek:

$$H_t^{YB,0sk;m} L_t^{0,sk} = H_t^{0,sk;m} NB_t^{sk} + q_t^{0,0;s} H_{t-1}^{0,sl;m} L_{t-1}^{0sl} \quad (112)$$

$$H_t^{Y,0,sk;m} = H_t^{YB,0sk;m} \times (NB_t^{sk} + q_t^{0,0;s} L_{t-1}^{0sk}) \quad (113)$$

Dynamika liczby osób w wieku  $AGE_Y$  i poziom kapitału ludzkiego są dane przez:

$$L_t^{ask} = q_t^{a-1,a;s} L_{t-1}^{a-1,sk} + q_t^{a,a;s} L_{t-1}^{ask} \quad (114)$$

$$H_t^{YB,ask;m} L_t^{ask} = q_t^{a-1,a;s} H_{t-1}^{a-1,sk;m} L_{t-1}^{a-1,sk} + q_t^{a,a;s} H_{t-1}^{ask;m} L_{t-1}^{ask} \quad (115)$$

$$H_t^{Y,ask;m} = H_t^{YB,ask;m} \times (q_t^{a-1,a;s} L_{t-1}^{a-1,sk} + q_t^{a,a;s} L_{t-1}^{ask}) \quad (116)$$

dla  $a \in AGE_Y - \{0\}$ , gdzie  $q_t^{a,b;s}$  jest prawdopodobieństwem przejścia z wieku  $a$  do wieku  $b$  dla osoby o płci  $s$ . Zbiór stanów na rynku pracy  $LMS$  jest  $\{Y, N, U, IN, R\}$ , tj. młodzi, zatrudnieni, bezrobotni, nieaktywni oraz emeryci. Należy zaobserwować, że zakładamy stochastyczne przejście z jednej grupy wieku do następnej. Pozwalamy, żeby  $q_t^{aa;s} + q_t^{a,a+1;s} < 1$ , tym samym  $1 - q_t^{aa;s} - q_t^{a,a+1;s}$  jest prawdopodobieństwem śmierci osoby płci  $s$  w wieku  $a$ .

Pod koniec okresu  $t$  kapitał ludzki osób młodych jest akumulowany zgodnie z:

$$H_t^{ask;m} = HAC_t^{Y,ask,m}(\{n \in HT, H_t^{Y,ask;n}\}) \quad (117)$$

gdzie  $HAC_t^{Y,ask,m}$  jest funkcją, która opisuje akumulację kapitału ludzkiego, a ta z kolei zależy od poziomu zakumulowanego kapitału ludzkiego różnego typu osób i przyjmuje postać:

$$HAC_t^{Y,ask,m}(\{n \in HT, H_t^n\}) = h^{Y,ask,m} e^{\xi_t^{ask,m}} \prod_{n \in HT} (H_t^n)^{\alpha_n^h} (IH_t^{an})^{\beta^h} \quad (118)$$

gdzie  $h^{Y,ask,m}$ ,  $\alpha_n^h$ ,  $\beta^h$  są parametrami dla  $n \in HT$ , a  $IH_t^a$  jest egzogenicznym poziomem wydatków rządowych na osobę związanym z akumulacją kapitału ludzkiego typu  $n$  dla osób w wieku  $a$ .

Osoby zatrudnione są zdezagregowane ze względu na wiek, płeć, typ kapitału ludzkiego wykorzystywanego w pracy, poziom kapitału ludzkiego wykorzystywanego w pracy oraz ze względu na inne charakterystyki. Niech  $N_t^{a,s,i,j,k}$  oznacza liczbę zatrudnionych osób w wieku  $a \in AGE$ , płci  $s \in SEX$ ,  $i \in H$ ,  $j \in HQ$  oraz  $k \in HK$ , gdzie

$HK$  jest zbiorem innych charakterystyk. Kapitał ludzki typu  $m \in HT$  osób zatrudnionych jest oznaczony przez  $H_t^{N,as,ij,k;m}$ . Zachowanie rynku pracy jest zdefiniowane następująco: na początku okresu  $t$  część  $\delta_N$  stanowisk pracy ulega egzogenicznej destrukcji:

$$N_t^{0,asij,k} = (1 - \delta_{tN}^{a,sij,k}) \times (q_t^{a-1,a;s} N_{t-1}^{a-1,sij,k} + q_t^{a,a;s} N_{t-1}^{asij,k}) \quad (119)$$

dla  $a \in AGE_W, z$

$$N_t^{aY,sij,k} = 0 \quad (120)$$

dla każdego  $s, i, j, k$ . Stopa destrukcji miejsc pracy może być różna dla osób zatrudnionych o różnych charakterystykach,  $\delta_{tN}^{asij}$  oznacza prawdopodobieństwo destrukcji miejsca pracy osób zatrudnionych  $N_t^{asij}$ , spełniających warunek  $\delta_{tN}^{aW+1,sij,k} = 1$ . Zmienna  $\delta_{tN}^{a,sij,k}$  jest zmienną egzogeniczną służącą do implementacji szoków destrukcji miejsc pracy. Zasób kapitału ludzkiego osób zatrudnionych na początku okresu  $t$  zgodnie z (77) spełnia warunek:

$$H_t^{0N,as,ij,k;m} = (1 - \delta_{tN}^{a,sij,k}) \times \frac{q_t^{a-1,a;s} H_{t-1}^{a-1,s,ij,k;m} N_{t-1}^{a-1,sij,k} + q_t^{a,a;s} H_{t-1}^{asij,k;m} N_{t-1}^{asij,k}}{N_t^{0,asij,k}} \quad (121)$$

z warunkiem  $H_t^{N,aY,sij,k} = 0$ .

Osoby bezrobotne i nieaktywne zawodowo są zdezagregowane ze względu na wiek, płeć i inne charakterystyki. Liczba osób, która złożyła oferty pracy z wysoką i niską intensywnością (tj. bezrobotni i nieaktywni) o danej charakterystyce na początku okresu  $t$ , jest dana przez:

$$U_t^{0,ask} = q_t^{a-1,a;s} U_{t-1}^{a-1,sk} + q_t^{a,a;s} U_{t-1}^{ask} + \sum_{i \in H, j \in HQ} \delta_{tN}^{a,sij,k} \times (q_t^{a-1,a;s} N_{t-1}^{a-1,sij,k} + q_t^{a,a;s} N_{t-1}^{asij,k}) \quad (122)$$

$$IN_t^{0,ask} = q_t^{a-1,a;s} IN_{t-1}^{a-1,sk} + q_t^{a,a;s} IN_{t-1}^{ask} \quad (123)$$

dla  $a \in AGE_W$ , gdzie  $U_t^{0,ask}$  i  $IN_t^{0,ask}$  oznaczają odpowiednio liczbę osób bezrobotnych i nieaktywnych w wieku  $a \in AGE$ , płci  $s \in SEX$ , o charakterystyce  $k \in HK$ . Należy zauważyć, że taki sposób modelowania oznacza, że osoby zatrudnione, które właśnie straciły pracę, mogą szukać nowej pracy w tym samym okresie. Dodatkowo:

$$U_t^{aY,sk} = L_t^{aY,sk} \quad (124)$$

$$IN_t^{aY,sk} = 0 \quad (125)$$

W ten sposób zakładamy, że młode osoby, które właśnie wkroczyły w wiek aktywności zawodowej, stają się osobami bezrobotnymi.

Niech  $H_t^{U,ask;m}$ ,  $H_t^{IN,ask;m}$  oznaczają poziom kapitału ludzkiego osób bezrobotnych i nieaktywnych, i niech  $H_t^{0U,ask;m}$ ,  $H_t^{0IN,ask;m}$  oznaczają zasób kapitału ludzkiego na początku okresu  $t$  – odpowiednio – osób bezrobotnych i nieaktywnych. Zgodnie z (80) mamy:

$$\begin{aligned}
H_t^{0U,ask;m} U_t^{0,ask} &= q_t^{a-1,a;s} H_{t-1}^{U,a-1,sk;m} U_{t-1}^{a-1,sk} + q_t^{a,a;s} H_{t-1}^{U,ask;m} U_{t-1}^{ask} \\
&+ \delta_{tN}^{a,sij,k} \times \sum_{i \in H, j \in HQ} q_t^{a-1,a;s} H_{t-1}^{N,a-1,sij,k;m} N_{t-1}^{a-1,sij,k} \\
&+ \delta_{tN}^{a,sij,k} \times \sum_{i \in H, j \in HQ} q_t^{a,a;s} H_{t-1}^{N,asij,k;m} N_{t-1}^{asij,k}
\end{aligned} \tag{126}$$

$$H_t^{0IN,ask} IN_t^{0,ask} = q_t^{a-1,a;s} H_{t-1}^{IN,a-1,sk} IN_{t-1}^{a-1,sk} + q_t^{a,a;s} IN_{t-1}^{ask} H_{t-1}^{IN,ask} \tag{127}$$

z warunkiem

$$H_t^{U,a_Y,sk;m} = H_t^{a_Y,sk;m} \tag{128}$$

$$H_t^{IN,a_Y,sk} = 0 \tag{129}$$

W dalszej części okresu  $t$  bezrobotni i nieaktywni zawodowo szukają nowej pracy. Niech  $\Phi_t^{U,as,ij,k}$ ,  $\Phi_t^{IN,as,ij,k}$  oznaczają prawdopodobieństwa znalezienia nowej pracy, która wymaga kapitału ludzkiego typu  $i \in H$  i jego jakości  $j \in HQ$  dla osoby w wieku  $a$  i płci  $s$ , o charakterystyce  $k$  będącej bezrobotnym lub nieaktywnym na początku okresu  $t$ . Mamy:

$$U_t^{1,ask} = \left( 1 - \sum_{i \in H, j \in HQ} \Phi_t^{U,as,ij,k} \right) \times U_t^{0,ask} \tag{130}$$

$$IN_t^{1,ask} = \left( 1 - \sum_{i \in H, j \in HQ} \Phi_t^{IN,as,ij,k} \right) \times IN_t^{0,ask} \tag{131}$$

$$N_t^{1,as,ij,k} = N_t^{0,asij,k} + \Phi_t^{U,as,ij,k} \times U_t^{0,ask} + \Phi_t^{IN,as,ij,k} \times IN_t^{0,ask} \tag{132}$$

Kapitał ludzki w środkowej części okresu  $t$  osób bezrobotnych i nieaktywnych jest dany przez:

$$H_t^{1U,ask;m} = H_t^{0U,ask;m} \tag{133}$$

$$IN_t^{1,ask;m} = H_t^{0IN,ask;m} \tag{134}$$

$$\begin{aligned}
H_t^{1N,as,ij,k;m} &= \frac{H_t^{0N,asij,k;m} N_t^{0,asij,k}}{N_t^{1,as,ij,k}} \\
&+ \frac{\Phi_t^{U,as,ij,k} \times H_t^{0U,ask;m} U_t^{0,ask} + \Phi_t^{IN,as,ij,k} \times H_t^{0IN,ask;m} IN_t^{0,ask}}{N_t^{1,as,ij,k}}
\end{aligned} \tag{135}$$

Na końcu okresu  $t$  osoby zatrudnione i niezatrudnione mogą zmienić swoje charakterystyki. Należy zauważyć, że zmiana wieku następuje na początku okresu  $t$ . Dodatkowo osoby bezrobotne mogą stać się nieaktywne zawodowo, osoby nieaktywne mogą stać się bezrobotne z egzogenicznym prawdopodobieństwem. Zmienić się może także charakterystyka  $k$ . Tym samym mamy:

$$U_t^{2,ask} = \Psi_t^{as,U,U} U_t^{1,ask} + \Psi_t^{as,IN,U} IN_t^{1,ask} \tag{136}$$

$$IN_t^{2,ask} = \Psi_t^{as,U,IN} U_t^{1,ask} + \Psi_t^{as,IN,IN} IN_t^{1,ask} \tag{137}$$

$$N_t^{2,as,ij,k} = N_t^{1,as,ij,k} \tag{138}$$



gdzie  $\Psi_t^{as,p,q}$  oznacza egzogeniczne prawdopodobieństwo zmiany stanu na rynku pracy z  $p$  do  $q$ . Momenty kapitału ludzkiego na koniec okresu  $t$  dane są przez:

$$H_t^{2UB,ask;m} U_t^{2,ask} = H_t^{1U,ask;m} \Psi_t^{as,U,U} U_t^{1,ask} + H_t^{1IN,ask;m} \Psi_t^{as,IN,U} IN_t^{1,ask} \quad (139)$$

$$H_t^{2INB,ask;m} IN_t^{2,ask} = H_t^{1U,ask;m} \Psi_t^{as,U,IN} U_t^{1,ask} + H_t^{1IN,ask;m} \Psi_t^{as,IN,IN} IN_t^{1,ask} \quad (140)$$

oraz

$$H_t^{2U,ask;m} = H_t^{2UB,ask;m} (\Psi_t^{as,U,U} U_t^{1,ask} + \Psi_t^{as,IN,U} IN_t^{1,ask}) \quad (141)$$

$$H_t^{2IN,ask;m} = H_t^{2INB,ask;m} (\Psi_t^{as,U,IN} U_t^{1,ask} + \Psi_t^{as,IN,IN} IN_t^{1,ask}) \quad (141)$$

$$H_t^{2N,as,ij,k;m} = H_t^{1N,as,ij,k;m} N_t^{1,as,ij,k} \quad (142)$$

W końcu:

$$U_t^{ask} = U_t^{2,ask} \quad (143)$$

$$IN_t^{ask} = IN_t^{2,ask} \quad (144)$$

$$N_t^{as,ij,k} = N_t^{2,as,ij,k} \quad (145)$$

Na końcu okresu  $t$  zachodzi akumulacja kapitału ludzkiego:

$$H_t^{U,ask;m} = HAC_t^{U,ask;m}(\{n \in HT, H_t^{2U,ask;n}\}) \quad (146)$$

$$H_t^{IN,ask;m} = HAC_t^{IN,ask;m}(\{n \in HT, H_t^{2IN,ask;n}\}) \quad (147)$$

$$H_t^{N,as,ij,k;m} = HAC_t^{N,as,ij,k;m}(\{n \in HT, H_t^{2N,as,ij,k;n}\})$$

gdzie  $HAC_t$  są funkcjami, które opisują akumulację kapitału ludzkiego dla osób zatrudnionych, bezrobotnych i nieaktywnych, które zależą od zgromadzonego dotychczas kapitału ludzkiego różnych typów, i przyjmują postać:

$$\begin{aligned} HAC_t^{U,ask;m}(\{n \in HT, H_t^n\}) &= h^{U,ask;m} e^{\xi_t^{ask,m}} \prod_{n \in HT} (H_t^n)^{\alpha_n^h} (IH_t^{an})^{\beta^h} \\ HAC_t^{IN,ask;m}(\{n \in HT, H_t^n\}) &= h^{IN,ask;m} e^{\xi_t^{ask,m}} \prod_{n \in HT} (H_t^n)^{\alpha_n^h} (IH_t^{an})^{\beta^h} \\ HAC_t^{N,as,ij,k;m}(\{n \in HT, H_t^n\}) &= h^{N,as,ij,k;m} e^{\xi_t^{ask,m}} \prod_{n \in HT} (H_t^n)^{\alpha_n^h} (IH_t^{an})^{\beta^h} \end{aligned} \quad (148)$$

gdzie  $h^{IN,ask;m}$ ,  $h^{IN,ask;m}$ ,  $h^{N,as,ij,k;m}$ ,  $\alpha_n^h$ ,  $\beta^h$  są parametrami dla  $n \in HT$ , a  $IH_t^a$  jest egzogenicznym poziomem wydatków rządowych na osobę związanym z akumulacją kapitału ludzkiego typu  $n$  dla osób w wieku  $a$ .

Osoby w wieku  $a_W + 1$  są nieaktywne na rynku pracy. Liczba nowych emerytów spełnia warunek:

$$NR_t^{sk} = \sum_{i \in H, j \in HQ} q_t^{a_W, a_W + 1; s} N_{t-1}^{a_W, s; ij, k} + q_t^{a_W, a_W + 1; s} (U_{t-1}^{a_W, sk} + IN_{t-1}^{a_W, sk}) \quad (149)$$

a liczba osób w wieku  $AGE_R$  jest dana przez:

$$L_t^{a_W+1,sk} = NR_t^{sk} + q_t^{a,a;s} L_{t-1}^{ask} \quad (150)$$

$$L_t^{ask} = q_t^{a-1,a;s} L_{t-1}^{a-1,sk} + q_t^{a,a;s} L_{t-1}^{ask} \quad (151)$$

dla wieku  $a \in AGE_R - \{a_W + 1\}$  z  $q_t^{a_R, a_R+1, s} = 0$ . Nie śledzimy zasobu kapitału ludzkiego emerytów.

Rynki pracy wymagające kapitału ludzkiego typu  $i \in H$  i jego jakości  $j \in HQ$  są separowane. W środku okresu  $t$  osoby bezrobotne i nieaktywne wybierają jeden z rynków pracy, na które zgłoszą oferty pracy. Na wybrany rynek osoby te zgłaszają egzogenicznie daną liczbę ofert pracy. Łączna liczba ofert pracy zgłoszona przez wszystkie osoby poszukujące pracy na rynku  $ij$  jest dana równaniem:

$$O_t^{ij} = \sum_{a \in AGE_W, s \in SEX, k \in HK} (1 - e^{-\phi_t^{ask,U} \Psi_t^{ij}}) \times \frac{\Xi_t^{ask,ij,U} U_t^{0,ask}}{\Psi_t^{ij}} + \sum_{a \in AGE_W, s \in SEX, k \in HK} (1 - e^{-\phi_t^{ask,IN} \Psi_t^{ij}}) \times \frac{\Xi_t^{ask,ij,IN} IN_t^{0,ask}}{\Psi_t^{ij}} \quad (152)$$

gdzie  $\phi_t^{ask,p}$  jest intensywnością poszukiwania pracy osób w wieku  $a$ , płci  $s$ , o charakterystyce  $k$ , będących bezrobotnymi ( $p = U$ ) lub nieaktywnymi ( $p = IN$ ). Zmienna ta jest zmienną egzogeniczną służącą do implementacji szoków intensywności poszukiwań. Zmienna  $\Psi_t^{ij}$  jest intensywnością akceptacji ofert pracy. W tym samym czasie firmy zgłaszają wakaty  $V_t^{ij}$  na rynek pracy o charakterystyce  $i \in H, j \in HQ$ . Zmienna  $\Xi_t^{ask,ij,p}$  oznacza prawdopodobieństwo poszukiwania pracy na rynku pracy  $ij$  przez osoby o charakterystyce  $ask$ , będące w stanie  $p$  na rynku pracy. Wynikająca z tego liczba nowych dopasowań jest dana przez warunek:

$$J_t^{ij} = \vartheta_t^{ij} (V_t^{ij})^{1-\lambda_J} (O_t^{ij})^{\lambda_J} \quad (153)$$

Możemy teraz określić prawdopodobieństwo akceptacji oferty pracy przez:

$$\Psi_t^{ij} = \frac{J_t^{ij}}{O_t^{ij}} \quad (154)$$

Podobnie prawdopodobieństwo zapełnienia wakatu  $\Phi_t^{ij}$  wynosi:

$$\Phi_t^{ij} = \frac{J_t^{ij}}{V_t^{ij}} \quad (155)$$

Prawdopodobieństwa znalezienia nowej pracy dla osób bezrobotnych i nieaktywnych zawodowo są dane przez:

$$\Phi_t^{U,as,ij,k} = (1 - e^{-\phi^{ask,U} \Psi_t^{ij}}) \times \Xi_t^{ask,ij,U} \quad (156)$$

$$\Phi_t^{IN,as,ij,k} = (1 - e^{-\phi^{ask,IN} \Psi_t^{ij}}) \times \Xi_t^{ask,ij,IN} \quad (157)$$

### 3.10.2.d.2. Wartość dla zatrudnionych, bezrobotnych i nieaktywnych osób

W środku okresu  $t$  wartość dla zatrudnionej osoby w wieku  $a \in AGE_W$ , płci  $s \in SEX$ , zatrudnionej na stanowisku pracy wymagającym kapitału ludzkiego  $i \in H$  o jakości  $j \in HQ$ , i charakterystyce  $k \in HK$ , oznaczonej przez  $VN_t^{1,as,ij,k}$ , zgodnie z dynamiką zatrudnienia jest dana przez:

$$VN_t^{0,as,ij,k} = VN_t^{1,as,ij,k} \quad (158)$$

$$VN_t^{1,as,ij,k} = u_t^{N,as,ij,k} (W_t^{N,as,ij,k}) + VN_t^{2,as,ij,k} \quad (159)$$

$$VN_t^{2,as,ij,k} = \beta E_t \left\{ (1 - \delta_{tN}^{a+1,sij,k}) q_{t+1}^{a,a+1;s} VN_{t+1}^{0,a+1,s,ij,k} + (1 - \delta_{tN}^{a,sij,k}) q_{t+1}^{a,a;s} VN_{t+1}^{0,as,ij,k} \right\} \\ + \beta E_t \left\{ \delta_{tN}^{a+1,sij,k} q_{t+1}^{a,a+1;s} VU_{t+1}^{0,a+1,sk} + \delta_{tN}^{a,sij,k} q_{t+1}^{a,a;s} VU_{t+1}^{0,ask} \right\} \quad (160)$$

gdzie  $W_t^{N,as,ij,k}$  oznacza wynegocjowaną płacę. Wartość dla zatrudnionego jest wyrażona w jednostkach użyteczności gospodarstwa domowego. Zmienna  $u_t^{N,as,ij,k}$  oznacza użyteczność z konsumpcji dla osoby zatrudnionej, która zależy od wynegocjowanej płacy zgodnie z ograniczeniem budżetowym (27). Wartość dla bezrobotnego jest dana przez:

$$VU_t^{0,as,k} = \sum_{i \in H, j \in HQ} \Phi_t^{U,as,ij,k} VN_t^{1,as,ij,k} + \left( 1 - \sum_{i \in H, j \in HQ} \Phi_t^{U,as,ij,k} \right) \times VU_t^{1,as,k} \quad (161)$$

$$VU_t^{1,as,k} = u_t^{U,ask} + \Psi_t^{as,UU} VU_t^{2,as,k} + \Psi_t^{as,U,IN} VIN_t^{2,as,k} \quad (162)$$

$$VU_t^{2,as,k} = \beta E_t \left\{ q_{t+1}^{a,a+1;s} VU_{t+1}^{0,a+1,sk} + q_{t+1}^{a,a;s} VU_{t+1}^{0,ask} \right\} \quad (163)$$

gdzie  $u_t^{U,ask}$  jest użytecznością z konsumpcji dla osoby bezrobotnej. Analogicznie wartość dla osoby nieaktywnej zawodowo spełnia warunek:

$$VIN_t^{0,as,k} = \sum_{i \in H, j \in HQ} \Phi_t^{IN,as,ij,k} VN_t^{1,as,ij,k} + \left( 1 - \sum_{i \in H, j \in HQ} \Phi_t^{IN,as,ij,k} \right) \times VIN_t^{1,as,k} \quad (164)$$

$$VIN_t^{1,as,k} = u_t^{IN,ask} + \Psi_t^{as,IN,U} VU_t^{2,as,k} + \Psi_t^{as,IN,IN} VIN_t^{2,as,k} \quad (165)$$

$$VIN_t^{2,as,k} = \beta E_t \left\{ q_{t+1}^{a,a+1;s} VIN_{t+1}^{0,a+1,sk} + q_{t+1}^{a,a;s} VIN_{t+1}^{0,ask} \right\} \quad (166)$$

gdzie  $u_t^{IN,ask}$  oznacza użyteczność z konsumpcji dla osoby nieaktywnej zawodowo. Dodatkowo:

$$VU_t^{0,aw+1,s,k} = VR_t^{aw+1,s,k} \quad (167)$$

$$VIN_t^{0,aw+1,s,k} = VR_t^{aw+1,s,k} \quad (168)$$

gdzie  $VR_t^{a,s,k}$  jest wartością dla emeryta w wieku  $a \in AGE_R$  daną przez:

$$VR_t^{a,s,k} = \beta E_t \left\{ q_{t+1}^{a,a+1;s} VR_{t+1}^{a+1,sk} + q_{t+1}^{a,a;s} VR_{t+1}^{a,sk} \right\} + u_t^{R,ask} \quad (169)$$

z warunkiem  $VR_t^{aR+1,s,k} = 0$  oraz  $u_t^{R,ask}$  oznacza użyteczność z konsumpcji dla emeryta.

Osoby bezrobotne i nieaktywne na początku okresu  $t$  mogą decydować, na którym rynku pracy będą składać oferty pracy zgodnie z modelem dyskretnego wyboru (por. McFadden (1980)). Osoby bezrobotne i nieaktywne zawodowo o danej charakterystyce są dokładnie takie same, ale uzyskują losową użyteczność z poszukiwania pracy na danym rynku pracy. Wartość dla  $\alpha$ -tego bezrobotnego i nieaktywnego zawodowo w wieku  $a$ , płci  $s$  i o charakterystyce  $k$  z poszukiwania pracy na rynku pracy wymagającym kapitału ludzkiego typu  $i \in H$  i jakości  $j \in HQ$  jest dana przez:

$$VU_t^{\alpha;ask;ij} = (1 - e^{-\phi^{ask,U} \Psi_t^{ij}}) (VN_t^{1,as,ij,k} - VU_t^{1,as,k}) + \sigma \epsilon_t^\alpha \equiv VU_t^{ask;ij} + \sigma \epsilon_t^\alpha \quad (170)$$

$$VIN_t^{\alpha;ask;ij} = (1 - e^{-\phi^{ask,IN} \Psi_t^{ij}}) (VN_t^{1,as,ij,k} - VIN_t^{1,as,k}) + \sigma \epsilon_t^\alpha \equiv VIN_t^{ask;ij} + \sigma \epsilon_t^\alpha \quad (171)$$

gdzie  $\epsilon_t^\alpha$  jest zmienną losową i.i.d. niezależną od czasu i osoby losowanej ze standardowego rozkładu Gumbela, a  $\sigma$  jest parametrem identycznym dla wszystkich osób. Każda osoba  $\alpha$  wybiera rynek pracy, który oferuje największą oczekiwaną wartość. To prowadzi do następujących prawdopodobieństw wyboru rynku pracy o charakterystyce  $(i,j)$ :

$$\Xi_t^{ask,ij,U} = \frac{\exp(\frac{1}{\sigma} VU_t^{ask;ij} + \xi_t^{\Xi,aij})}{\sum_{i \in H, j \in HQ} \exp(\frac{1}{\sigma} VU_t^{ask;ij} + \xi_t^{\Xi,aij})} \quad (172)$$

$$\Xi_t^{ask,ij,IN} = \frac{\exp(\frac{1}{\sigma} VIN_t^{ask;ij} + \xi_t^{\Xi,aij})}{\sum_{i \in H, j \in HQ} \exp(\frac{1}{\sigma} VIN_t^{ask;ij} + \xi_t^{\Xi,aij})} \quad (173)$$

### 3.10.2.d.3. Firmy tworzące dopasowania na rynku pracy

Gospodarstwo domowe oferuje efektywną podaż pracy doskonale konkurencyjnej firmie pośredniczącej produkującą efektywną pracę wymagającą kapitału ludzkiego typu  $i \in H$  i jakości  $j \in HQ$ , sprzedawanej następnie firmom produkującym bazowe dobra sektorowe. Firmy te maksymalizują zdyskontowany strumień zysków:

$$\max E_0 \widetilde{\Pi}_0^{ij}, \quad \widetilde{\Pi}_t^{ij} = \Pi_t^{ij} + E_t \{ \Lambda_{t+1} \widetilde{\Pi}_{t+1}^{ij} \}. \quad (174)$$

gdzie  $\Pi_t^{ij}$  jest zyskiem chwilowym w okresie  $t$  zdefiniowany w następujący sposób:

$$\Pi_t^{ij} = W_t^{ij} N_t^{ij} - W_t^{E,ij} \sum_{a \in AGE, s \in SEX, k \in HK} H_t^{asijk} N_t^{1,as,ij,k} - v_V^{ij} \times V_t^{ij} \quad (175)$$

gdzie  $N_t^{ij}$  jest wielkością produkowanej efektywnej pracy typu  $(i,j)$ , produkowanej na podstawie liniowej technologii:

$$N_t^{ij} = \sum_{a \in AGE, s \in SEX, k \in HK} H_t^{asijk} N_t^{1,as,ij,k} \quad (176)$$

$W_t^{ij}$  jest płacą daną przez producentów dóbr sektorowych, a  $W_t^{E,ij}$  oznacza płacę daną gospodarstwom domowym za efektywną jednostkę pracy. Zachodzi następujący warunek równowagi:

$$N_t^{ij} = \sum_{s \in S} N_t^{sij} \quad (177)$$

$H_t^{asijk}$  jest zaś wielkością kapitału ludzkiego wykorzystywanego w pracy w odniesieniu do osób w wieku  $a$ , płci  $s$ , o charakterystyce  $k$ , zatrudnionych w sektorze wymagającym kapitału ludzkiego typu  $i$  i jakości  $q$ , daną przez warunek:

$$H_t^{asijk} = HPROD_t^{as,ij,k} \left( \{m \in HT, H_t^{asijk;m}\} \right) \quad (178)$$

gdzie  $HPROD_t^{as,ij,k}$  jest funkcją, która łączy kapitał ludzki różnego typu w efektywny kapitał ludzki wykorzystywany w produkcji. Funkcja  $HPROD_t^{as,ij,k}$  przyjmuje postać:

$$HPROD_t^{as,ij,k} \left( \{m \in HT, H_t^m\} \right) = h_{as,ij,k} e^{\xi_t^{HP,aij}} \times \prod_{m \in HT} (H_t^m)^{\gamma_{ijk,m}} \quad (179)$$

gdzie  $h_{as,ij,k}$ ,  $\gamma_{ijk,m}$  są parametrami tej technologii.

W celu wyprodukowania pracy  $N_t^{ij}$  firma pośrednicząca musi zgłosić wakaty  $V_t^{ij}$ , co wymaga poniesienia kosztu w wysokości  $v_V^{ij} V_t^{ij}$  wyrażonego w jednostkach finalnego dobra konsumpcyjnego. Firma pośrednicząca widzi następującą dynamikę zatrudnienia:

$$N_t^{1,as,ij,k} = (1 - \delta_{tN}^{a,sij,k}) \times \left( q_t^{a-1,a} N_{t-1}^{2,a-1,sij,k} + q_t^{a,a} N_{t-1}^{2,asij,k} \right) + \Psi_t^{asijk} V_t^{ij} \quad (180)$$

biorąc prawdopodobieństwa zapelnienia wakatów  $\Psi_t^{asijk}$  jako dane. Należy zaznaczyć, że firmy pośredniczące na rynku pracy nie mają wystarczającej siły, aby skierować wakaty do osób o wybranej charakterystyce. Tym samym dla firmy pośredniczącej znaczenie ma jedynie dynamika zagregowanej efektywnej pracy i jest ona dana przez:

$$N_t^{ij} = \delta_t^{ij} N_{t-1}^{ij} + \Psi_t^{E,ij} V_t^{ij} \quad (181)$$

gdzie stopa destrukcji miejsc pracy  $\delta_t^{ij}$  spełnia warunek:

$$\delta_t^{ij} = \frac{\sum_{ask} H_t^{asijk} (1 - \delta_{tN}^{a,sij,k}) \times \left( q_t^{a-1,a} N_{t-1}^{2,a-1,sij,k} + q_t^{a,a} N_{t-1}^{2,asij,k} \right)}{N_{t-1}^{ij}} \quad (182)$$

natomiast oczekiwana ilość efektywnego kapitału ludzkiego zatrudnionego na jeden zgłoszony wakat jest dana przez:

$$\Psi_t^{E,ij} = \sum_{ask} H_t^{asijk} \Psi_t^{asijk} \quad (183)$$

i jest brana jako dana.

Wartość dla firmy pośredniczącej na danym rynku pracy  $(i, j)$  z dodatkowej jednostki efektywnej pracy wyrażonej w jednostkach dobra konsumpcyjnego jest równa:

$$VF_t^{ij} = W_t^{ij} - W_t^{E,ij} + E_t \left\{ \Lambda_{t+1} \delta_{t+1}^{ij} VF_{t+1}^{ij} \right\} \quad (184)$$

Wartość z wystawienia dodatkowego wakatuz zaś wynosi:

$$VJ_t^{ij} = -v_V^{ij} + \Psi_t^{ij} VF_t^{ij} \quad (185)$$

Warunek optymalności liczby zgłaszanych wakatów wymaga:

$$VJ_t^{ij} = 0 \quad (186)$$

#### 3.10.2.d.4. Negocjacje płacowe

W środku okresu  $t$  zatrudnieni są losowo przyporządkowywani do jednego z wielu identycznych związków zawodowych, które negocjują płace z firmami pośredniczącymi na rynku pracy zgodnie ze schematem negocjacji Nasha (por. Cheron & Langot (2004)) w celu zmaksymalizowania oczekiwanej nadwyżki członków związku danej przez:

$$V_t^{ij} = \sum_{a \in AGE, s \in SEX, k \in HK} (VN_t^{1,as,ij,k} - VU_t^{1,ask}) \times \frac{N_t^{1,as,ij,k}}{N_t^{ij}} \quad (187)$$

W czasie negocjacji płacowych związki zawodowe oraz pośrednicy na rynku pracy rozwiązują następujący statyczny problem optymalizacyjny:

$$W_t^{E,ij} = \arg \max_{W_t^{E,ij}} (V_t^{ij})^v (\lambda_t V F_t^{ij})^{1-v} \quad (188)$$

gdzie  $\lambda_t$  jest krańcową użytecznością z konsumpcji, a  $\lambda_t V F_t^{ij}$  jest wartością dla pracownika z pracy na danym rynku pracy wyrażoną w jednostkach użyteczności gospodarstwa domowego, pod warunkiem  $V_t^{ij} \geq 0$ ,  $V F_t^{ij} \geq 0$  oraz biorąc pod uwagę definicję płacy za jednostkę ekstensywną pracy:

$$W_t^{N,as,ij,k} = W_t^{E,ij} H_t^{asijk} \quad (189)$$

#### 3.10.2.e. Producenci produktów oszczędnościowych

Produkty oszczędnościowe  $B_t$  są produkowane z wykorzystaniem obligacji rządowych emitowanych przez kraj oraz za granicę zgodnie z technologią:

$$B_t = B_t^{h,h} + B_t^{h,f}$$

gdzie  $B_t^{h,i}$  jest popytem krajowym na obligacje emitowane w kraju  $i \in \{H, F\}$ . Firma produkująca dobra oszczędnościowe maksymalizuje zdyskontowany strumień zysków:

$$\tilde{\Pi}_t^B = \Pi_t^B + E_t \Lambda_{t+1} \tilde{\Pi}_t^B$$

gdzie  $\Pi_t^B$  jest zyskiem chwilowym, natomiast  $\Lambda_t$  jest stopą dyskontową determinowaną przez użyteczność dożywotnią gospodarstwa domowego. Zyski chwilowe producentów  $\Pi_t^B$  wynoszą:

$$\Pi_t^B = \frac{B_t}{R_t} - B_{t-1} - \left( \frac{B_t^{h,h}}{R_t^h} - B_{t-1}^{h,h} + \frac{B_t^{h,f}}{R_t^f \times RP_t} - \frac{q_t^f}{q_{t-1}^f} B_{t-1}^{h,f} \right)$$

gdzie  $R_t$  jest ceną produktu oszczędnościowego,  $R_t^{h,c}$  jest ceną obligacji emitowanych w kraju  $c$ ,  $B_t^{h,c}$  jest popytem krajowym na obligacje emitowane w kraju  $c$ , a  $q_t^f$  jest realnym kursem walutowym, czyli jest to cena jednostki dobra *numeraire* za granicą w zamian za jednostkę dobra *numeraire* w kraju,  $RP_t$  zaś oznacza premię za ryzyko.

Premia za ryzyko związana z posiadaniem obligacji emitowanych przez rząd za granicą jest zdefiniowana następująco:

$$\ln RP_t = -\phi \frac{B_t^f - B^f}{GDP_t} \quad (190)$$

gdzie  $B^f$  jest poziomem zadłużenia zagranicznego gospodarki w stanie ustalonym, a  $GDP_t$  oznacza produkt krajowy brutto gospodarki kraju. Wprowadzenie premii za ryzyko związane z zadłużeniem zagranicznym gospodarki pełni istotną rolę w stabilizacji zachowania się modelu w dłuższym horyzoncie czasowym (por. Schmitt-Grohé & Uribe (2003)).

### 3.10.2.f. Rząd

Rząd uzyskuje dochody podatkowe z opodatkowania konsumpcji  $VAT_t$ , pracy  $PIT_t$ , składek na ubezpieczenie społeczne  $SSC_t$ , zysków przedsiębiorstw  $CIT_t$  oraz akcyzy  $EXC_t$ , gdzie:

$$VAT_t = VAT_t^H \quad (191)$$

$$PIT_t = \tau_t^W (1 - \tau_t^S) \sum_{i \in F} W_t^i L_t^i \quad (192)$$

$$SSC_t = \tau_t^S \sum_{i \in F} W_t^i L_t^i \quad (193)$$

$$CIT_t = \sum_{s \in \mathcal{S}} CIT_t^s \quad (194)$$

$$EXC_t = \sum_{s \in \mathcal{S}} EXC_t^s \quad (195)$$

Dochody budżetu państwa są wydawane na zakup dóbr publicznych  $P_t^{GOV} G_t$ , inwestycje publiczne  $P_t^{INV} GI_t$ , transfery do gospodarstw domowych  $T_t$  oraz wykup obligacji wyemitowanych w poprzednim okresie  $B_{t-1}$ . Tym samym ograniczenie budżetowe rządu przyjmuje postać  $G_t^I = G_t^E$ , gdzie:

$$G_t^E = P_t^{GOV} G_t + P_t^{INV} GI_t + T_t + \frac{1}{\pi_t} B_{t-1} \quad (196)$$

$$G_t^I = VAT_t + PIT_t + SSC_t + CIT_t + EXC_t + \frac{B_t}{R_t} \quad (197)$$

poziom transferów  $T_t$  jest dany egzogenicznie. Dodatkowo warunki:

$$\frac{P_t^{GOV} G_t}{GDP_t} = G \left( \frac{GDP_t}{GDP^*} \right)^{\epsilon_G} \times \exp(\xi_t^G) \quad (198)$$

$$P_t^{INV} GI_t = \omega^{GI} \times GDP_t \times e^{\xi_t^{GI}} \quad (199)$$

wiążą konsumpcję publiczną i inwestycje publiczne z poziomem PKB kraju. Zmienne  $\xi_t^G, \xi_t^{GI}$  są danymi egzogenicznie procesami opisującymi dyskretną część polityki wydatkowej rządu. Zasób kapitału publicznego ewoluuje zgodnie z równaniem:

$$K_t^{PUB} = (1 - \delta_K^{PUB})K_t^{PUB} + GI_t \quad (200)$$

Zakładamy, że rząd ustala poziom konsumpcji publicznej zgodnie z regułą fiskalną, która uzależnia poziom konsumpcji publicznej od poziomu PKB, gdzie  $\epsilon_G$  jest elastycznością wydatków na konsumpcję publiczną względem poziomu PKB w danym okresie.

### 3.10.2.g. Mała gospodarka otwarta

Sektorowe eksporty i importy  $EX_t^s, IM_t^s$  są dane przez:

$$EX_t^s = \bar{P}_t^{s,F} \bar{Y}_t^{s,F} \quad IM_t^s = \bar{P}_t^{s,IM} \bar{Y}_t^{s,IM} \quad (201)$$

gdzie  $s \in \mathcal{S}$ . Łączny eksport i import  $EX_t, IM_t$  jest dany przez:

$$EX_t = \sum_{s \in \mathcal{S}} EX_t^s \quad IM_t = \sum_{s \in \mathcal{S}} IM_t^s \quad (202)$$

Rachunek obrotów bieżących oraz rachunek obrotów kapitałowych są zdefiniowane jako:

$$CA_t = EX_t - IM_t, \quad KA_t = \frac{B_{t-1}^{h,f}}{\pi_t^f} \frac{q_t^f}{q_{t-1}^f} - \frac{B_t^{h,f}}{R_t^f \times RP_t} \quad (203)$$

Warunek równowagi na rynku walutowym wymaga, żeby:

$$CA_t + KA_t = 0 \quad (204)$$

### 3.10.2.h. Równowaga rynkowa i pozostałe równania

Wszystkie ceny w modelu są wyrażone relatywnie do ceny finalnego dobra konsumpcyjnego. Ceny krajowe wyrażone są relatywnie do ceny krajowego dobra konsumpcyjnego, a ceny zagraniczne wyrażone są relatywnie do ceny zagranicznego dobra konsumpcyjnego. Dodatkowo dobro konsumpcyjne w kraju i za granicą jest traktowane jako *numeraire*, tym samym możemy założyć, że  $P_t^{C,c} = P_t = 1$  w każdym okresie.

**Tablica 2: Autokorelacja szoków**

Szok	Autokorelacja	Szok	Autokorelacja
$\tau^W$	0.95	$\tau^{CIT}$	0.95
$\tau^S$	0.95	$\tau^V$	0.95
$\xi^G$	0.95	$\xi^Y$	0.95
$\xi^D$	0.95	$\xi^F$	0.95
$\xi^L$	0.95	$\xi^{LS}$	0.95
$\delta^N$	0.8	$\phi^U$	0.95
$\phi^{IN}$	0.95	$\Psi^{U,IN}$	0.9
$\Psi^{IN,U}$	0.9	$\vartheta$	0.95



Stopa dyskontowa  $\Lambda_t$  jest dana przez:

$$\Lambda_t = \beta \frac{\lambda_t}{\lambda_{t-1}} \quad (205)$$

gdzie  $\lambda_t$  jest mnożnikiem Lagrange'a z ograniczenia budżetowego gospodarstwa domowego (66).

Model wymaga warunków równowagi rynkowej, które implikują, że popyt i podaż równoważą się na rynku dóbr, pracy, kapitału i rynku walutowego. W przypadku rynku dóbr na podstawie dobra sektorowe mamy dla każdego  $s \in \mathcal{S}$ :

$$\bar{Y}_t^{sH} = \sum_{f \in \mathcal{F}} M_t^f + \sum_{i \in \mathcal{S}} M_{i,H,t}^s \quad (206)$$

$$\bar{Y}_t^{sF} = EXV_t^s \quad (207)$$

gdzie  $\mathcal{F}$  jest zbiorem dóbr finalnych. Pierwsze równanie mówi, że wolumen dóbr produkowanych przez producentów dóbr podstawowych jest równy sumie popytów zgłaszanych przez producentów dóbr sektorowych. Drugie równanie mówi, że wolumen dóbr produkowanych na eksport jest równy wolumenowi eksportu. W przypadku dóbr finalnych mamy warunki równowagi:

$$Y_t^{INV} = \sum_{s \in \mathcal{S}} I_t^s + GI_t \quad (208)$$

$$Y_t^{GOV} = G_t \quad (209)$$

Równowaga na rynku dóbr konsumpcyjnych jest zapewniona przez warunek, że cena dobra konsumpcyjnego jest równa jeden. Warunek równowagi na rynku obligacji wymaga, żeby:

$$B_t = \sum_{i \in \mathcal{S}} B_t^s + B_t^C \quad (210)$$

Pozostałe warunki równowagi, takie jak czyszczenie się rynku pracy, rynku obligacji krajowych i zagranicznych, rynku walutowego, są przedstawione jawnie bądź niejawnie w opisie modelu.

Niech  $X_t$  oznacza wektor wszystkich zmiennych egzogenicznych modelu, oraz  $X_{i,t}$  jest jego  $i$ -tym elementem. Zakładamy, że  $X_{it}$  jest dany procesem autoregresyjnym w postaci:

$$X_{it} = \rho_i X_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \quad (211)$$

gdzie  $\varepsilon_{it}$  jest zmienną losową o rozkładzie normalnym, o średniej 0 i wariancji  $\sigma_i^2$ , oraz  $\varepsilon_{it}$  i  $\varepsilon_{js}$  są niezależne dla  $i \neq j$  lub  $s \neq t$ . Tablica 2 przedstawia autokorelację szoków (parametry  $\rho_i$ ) dla zmiennych egzogenicznych. Interpretacja zmiennych egzogenicznych zawarta jest w punkcie 3.10.5. Przy symbolach zmiennych pominęliśmy wszystkie indeksy dezagregacji, gdyż autokorelacje szoków są jednakowe w danej grupie zmiennych.

### 3.10.2.i. Definicje zbiorów

Zbiór typów członków gospodarstwa domowego składa się z osób młodych w wieku  $AGE_Y$  zdezagregowanych względem płci  $s \in SEX$  i charakterystyki  $k \in HK$ , z osób pracujących w wieku  $AGE_W$  zdezagregowanych

względem płci  $s \in SEX$ , typu kapitału ludzkiego wymaganego w pracy  $i \in H$ , poziomu kapitału ludzkiego  $j \in HQ$  oraz charakterystyki  $k \in HK$ , osób bezrobotnych i nieaktywnych w wieku  $AGE_W$  zdezagregowanych względem płci  $s \in SEX$  oraz charakterystyki  $k \in HK$ , a także emerytów w wieku  $AGE_R$  zdezagregowanych względem płci  $s \in SEX$  oraz charakterystyki  $k \in HK$ .

Rozważamy następujące grupy wieku  $AGE$ :

- osoby młode w wieku  $AGE_Y$ , grupa składa się z grup wiekowych 0-6, 7-9, 10-12, 13-15, 16-18;
- osoby w wieku produkcyjnym  $AGE_W$ , grupa składa się z grup wiekowych 19-24, 25-54, 55-64;
- osoby w wieku poprodukcyjnym  $AGE_R$ , grupa składa się z grup wiekowych 65-74, 75+.

Zbiór charakterystyk osób  $HK$  składa się z dwóch elementów, takich jak osoby o niskim tempie akumulacji kapitału ludzkiego oraz osoby o wysokim tempie akumulacji kapitału ludzkiego.

### 3.10.3. Implementacja

#### 3.10.3.a. Procedura rozwiązywania modelu

W poprzedniej części przedstawiliśmy problemy optymalizacyjne agentów występujących w modelu, które opisują zachowanie się gospodarki. Decyzje podmiotów determinowane są przez te problemy optymalizacyjne zgodnie z teorią optymalnego sterowania. Uzyskane w ten sposób warunki pierwszego rzędu mogą być zapisane w ogólnej postaci:

$$0 = E_t f(y_{t-1}, y_t, y_{t+1}, \epsilon_t) \quad (212)$$

gdzie  $y_t$  oznacza wektor zmiennych endogenicznych modelu,  $\epsilon_t$  jest wektorem zakłóceń, które są i.i.d. zmiennymi losowymi, a  $E_t$  jest operatorem wartości oczekiwanej pod warunkiem informacji w chwili  $t$ .

Problem (170) może być rozwiązany metodą perturbacyjną opisaną w Judd (1996). Za pomocą tej metody uzyskujemy optymalne sterowanie agentów dane przez reguły, które opisują decyzje w okresie  $t$  jako funkcje zmiennych stanu (zmiennych branych przez podmioty jako dane). Zmienne stanu ustalane są przez algorytm numeryczny. Uzyskane sterowanie jest stabilne, tj. gospodarka powraca do stanu ustalonego, jeżeli zakłócenia znikną. Takie rozwiązanie gwarantuje także, że warunki transwersalności (warunki dostateczne na optymalność rozwiązania) będą zachowane.

Zgodnie z podejściem perturbacyjnym do rozwiązywania problemu (170) wykorzystujemy następującą procedurę:

1. Znajdź deterministyczny stan ustalony  $y^*$ , spełniający  $0 = E_t f(y^*, y^*, y^*, 0)$ .
2. Rozwiązanie ogólne modelu przyjmuje postać:

$$u_t = P(u_{t-1}, \epsilon_t)$$

$$y_t = y^* + R(u_{t-1}, \epsilon_t)$$

3. Koncentrujemy się na aproksymacji pierwszego rzędu rozwiązania. Taka aproksymacja może zostać wyznaczona przez linearyzację funkcji  $f$  wokół deterministycznego stanu ustalonego. Zlinearyzowany model może być reprezentowany jako:  $0 = A_1\tilde{y}_t + A_2\tilde{y}_{t+1} + A_3E_t\tilde{y}_{t+1} + V\epsilon_t$ , gdzie  $\tilde{y}$  oznacza odchylenie zmiennej  $y_t$  od stanu ustalonego  $y^*$ .
4. Znajdź rozwiązanie w postaci:

$$\begin{aligned} u_t &= Pu_{t-1} + Q\epsilon_t \\ \tilde{y}_t &= Ru_{t-1} + S\epsilon_t \end{aligned} \quad (213)$$

gdzie  $u_t$  jest wektorem stanów o maksymalnym wymiarze. Maksymalny wymiar przestrzeni stanów jest determinowany jednoznacznie przez problem (170), wybór zmiennych stanu jest jednak dowolny. Wybór zmiennych stanu dokonywany jest przez procedurę numeryczną w taki sposób, żeby zapewnić stabilność numeryczną procedury. Nieznane macierze  $P, R, Q, S$  spełniają równania:

$$\begin{aligned} 0 &= A_1R + (A_2 + A_3)RP \\ 0 &= A_1S + V \\ 0 &= A_2S + A_2RQ \end{aligned} \quad (214)$$

Wszystkie przekształcenia algebraiczne wymagane w celu uzyskania reprezentacji problemu optymalizacyjnego agentów modelu w postaci (170), mając problemy optymalizacyjne opisane w poprzedniej części, oraz wszystkie obliczenia numeryczne prowadzące do rozwiązania w postaci liniowego układu dynamicznego (171) są przeprowadzane przez pakiet Forma opracowany przez Kowal (2007). Pakiet Forma zawiera dodatkowo język programowania, który umożliwia specyfikację problemów optymalizacyjnych podmiotów w sposób zbliżony do reprezentacji matematycznej przedstawionej powyżej. Metoda numeryczna wyznaczania rozwiązania (171) nie jest możliwa do zastosowania w przypadku modelu tej wielkości jak prezentowany model. Na etapie rozwiązywania modelu zastosowano procedurę numeryczną opisaną w Kowal (2007).

### 3.10.3.b. Procedura symulacji modelu

Założmy, że mamy rozwiązanie modelu w postaci (171). Założmy, że mamy zbiór zmiennych informacyjnych  $z_t$ , dla których mamy informację o ich wartościach w przyszłych okresach. Wartości te determinują symulację, którą chcemy przeprowadzić. Założmy, że zmienne informacyjne są związane ze zmiennymi endogenicznymi modelu  $\tilde{y}_t$  w następujący sposób:

$$z_t = M\tilde{y}_t + W\eta_t \quad (215)$$

gdzie  $\eta_t$  jest wektorem i.i.d. zmiennych losowych o rozkładzie normalnym i diagonalnej macierzy kowariancji. Zmienne losowe  $\eta_t$  mają interpretację błędów pomiarowych, tzn. zakładamy, że model precyzyjnie modeluje zmienne reprezentujące rzeczywistość ekonomiczną, jednakże obserwowane dane  $z_t$  są niedokładne. Definiujemy symulację zmiennych endogenicznych w okresie  $s$ ,  $\hat{y}_s$  jako warunkową wartość oczekiwaną:

$$\hat{y}_s = E\{\tilde{y}_s | I_s\} \quad (216)$$

gdzie zbiór informacyjny  $I_s$  jest dany przez  $I_s = \{z_k\}_{k=0}^s$ , tj. zawiera realizacje zmiennych  $z$  od początku symulacji do okresu  $s$ . Warunkową wartość oczekiwaną (174) można wyznaczyć, korzystając z filtru Kalmana.

W procesie symulacji zakładamy, że liczba zmiennych losowych modelu, tj.  $\epsilon_t$ , które mają niezerową wariancję, jest zawsze równa liczbie zmiennych informacyjnych oraz każdej zmiennej informacyjnej można przyporządkować zmienną losową o niezerowej wariancji. To podejście zapewnia, że zagadnienie filtracji ma rozwiązanie.

Procedura symulacji modelu operuje na zmiennych przedstawionych jako odchylenia od scenariusza bazowego. W celu symulacji danych wyrażonych w wartościach konieczne jest podanie scenariusza bazowego dla zmiennych informacyjnych i zmiennych obserwacyjnych. Scenariusz bazowy jest wykorzystywany do przekształcenia zmiennych informacyjnych wyrażonych w wartościach do odchyień oraz przekształcenia wyników symulacji dla zmiennych obserwowanych uzyskanych jako odchylenia od scenariusza bazowego do wyników symulacji zmiennych obserwowanych wyrażonych w wartościach rzeczywistych.

### 3.10.3.c. Implementacja procesu symulacji modelu w R

Symulacja modelu w środowisku R jest przeprowadzana z wykorzystaniem szeregu bibliotek napisanych w C++. Zbiór bibliotek składa się z:

1. Biblioteki `Forma` umożliwiającej kompilację modelu napisanego w języku `Forma` oraz wyznaczenie rozwiązania w postaci (171). Biblioteka ta pozwala też na zarządzanie modelem. Obejmuje to w szczególności modyfikację równań modelu i parametrów modelu.
2. Zestawu bibliotek służących do definiowania scenariuszy symulacyjnych.
3. Biblioteki dokonującej symulacji z modelu, wykorzystując filtr Kalmana.

Proces definiowania scenariusza symulacyjnego składa się z następujących etapów:

1. Zbudowanie odpowiedniego modelu DSGE i zasilenie go scenariuszem bazowym, wykorzystując interfejs klasy `modelBuilder`. Na tym etapie ustala się listę zmiennych obserwacyjnych modelu DSGE. Dla każdej zmiennej obserwacyjnej należy utworzyć scenariusz bazowy oraz dane historyczne.
2. Zbudowanie symulatora, wykorzystując interfejs klasy `simulation_builder`. Na tym etapie należy określić, które zmienne są zmiennymi informacyjnymi danej symulacji oraz które szoki są aktywne. Dla każdej zmiennej informacyjnej należy podać wariancję błędu pomiarowego stowarzyszonego z tą zmienną oraz wariancję zmiennej losowej w modelu stowarzyszonej z daną zmienną informacyjną. Dla danego modelu DSGE można zdefiniować wiele różnych typów symulacji.
3. Po zdefiniowaniu symulacji należy utworzyć obiekt symulacyjny klasy `simulationGroup`. Obiekt symulacyjny umożliwia dokonanie zdefiniowanej wcześniej symulacji w trybie krokowym. W tym trybie w danym okresie należy podać wartości wszystkich zmiennych informacyjnych w danym okresie. W wyniku uzyskuje się wartości zmiennych obserwacyjnych w danym okresie. Tworzenie obiektu symulacyjnego jest procesem czasochłonnym. Proces ten musi być jednak przygotowany tylko raz przy ustalonej strukturze modelu. W celu optymalizacji czasu wykonywania obliczeń tworzone są pomocnicze pliki o rozszerzeniu `mf` (tj. pliki `simulation_main.mf`, `simulation_LS.mf`, `simulation_HC.mf`) zawierające rozwiązanie modelu oraz macierze formułujące rozwiązanie zagadnienia filtracji filtrem Kalmana.

W module DSGE zostały zdefiniowane trzy scenariusze symulacyjne.

Pierwszy scenariusz symulacyjny obejmuje symulacje szoków specyfikowanych przez użytkownika, opisanych w punkcie (3.10.5).

Drugi scenariusz symulacyjny definiuje symulacje związane z komunikacją pomiędzy modułami i obejmuje symulacje wpływu zmian na rynku pracy implikowanych przez moduły mikroekonomiczne modelu. Zmiennymi informacyjnymi tego scenariusza symulacyjnego są zmienne:

1. Odchylenie poziomu liczby zatrudnionych wyznaczonego przez moduł podaży pracy od scenariusza bazowego, zdezagregowanej względem sektora, typu oraz poziomu kapitału ludzkiego wykorzystanego w danej pracy. Odpowiada to zmiennej  $N_t^{sij}$  w modelu, gdzie  $s$  jest sektorem,  $i$  oznacza typ kapitału ludzkiego wykorzystywanego w pracy, a  $j$  oznacza poziom kapitału ludzkiego wykorzystanego w pracy.
2. Odchylenie poziomu liczby zatrudnionych wyznaczonego przez moduł podaży pracy od scenariusza bazowego, zdezagregowanej względem płci i wieku. Odpowiada to zmiennej  $N_t^{as;ij;k}$  w modelu, gdzie  $a$  jest wiekiem,  $s$  jest płcią,  $i, j$  oznaczają typ oraz poziom kapitału ludzkiego wykorzystywanego w pracy, a  $k$  oznacza efektywność akumulacji kapitału ludzkiego, zagregowanej względem indeksów  $i, j, k$ .
3. Odchylenie poziomu liczby bezrobotnych wyznaczonego przez moduł podaży pracy od scenariusza bazowego, zdezagregowanej względem płci i wieku. Odpowiada to zmiennej  $U_t^{ask}$ , gdzie  $a$  jest wiekiem,  $s$  oznacza płeć, natomiast  $k$  oznacza efektywność akumulacji kapitału ludzkiego, zagregowanej względem indeksu  $k$ .

Trzeci scenariusz symulacyjny także definiuje symulacje związane z komunikacją międzymodułową i obejmuje symulacje wpływu zmian kapitału ludzkiego wyznaczone przez moduł kapitału ludzkiego. Zmiennymi informacyjnymi tego scenariusza symulacyjnego są zmienne:

1. Odchylenie poziomu kapitału ludzkiego zdezagregowanego względem płci i typu kapitału ludzkiego od scenariusza bazowego. Odpowiada to zmiennym  $H_t^{U,ask;m}$ ,  $H_t^{IN,ask;m}$ ,  $H_t^{N,asijk;m}$ ,  $H_t^{ask;m}$  zdefiniowanymi we wzorach (105) i (75) po odpowiedniej agregacji.
2. Odchylenie poziomu kapitału ludzkiego wykorzystywanego w procesie produkcji w sektorach dóbr podstawowych zdezagregowanego względem sektora, typu kapitału ludzkiego (kognitywny techniczny, kognitywny społeczny, niekognitywny) oraz poziomu kapitału ludzkiego (wysoki, niski). Odpowiada to zmiennej  $H_t^{asijk}$ , zdefiniowanej we wzorze (136), gdzie  $a$  jest wiekiem,  $s$  oznacza sektor,  $i$  oznacza typ kapitału ludzkiego wykorzystanego w danym miejscu pracy,  $j$  jest poziomem kapitału wykorzystanego w danym miejscu pracy,  $k$  jest efektywnością akumulacji kapitału ludzkiego uśrednioną po zmiennej wiek i efektywności akumulacji kapitału ludzkiego.

Należy zauważyć, że zmiennymi informacyjnymi w przypadku drugiego i trzeciego scenariusza symulacyjnego są zmienne endogeniczne modelu.

#### 3.10.4. Parametryzacja

Parametryzacja parametrów modułu DSGE obejmuje kalibrację parametrów determinujących stan ustalony oraz kalibrację parametrów strukturalnych, które nie wpływają na stan ustalony modelu, ale wpływają na jego własności

dynamiczne (parametrów elastyczności substytucji w technologiach produkcji, użyteczności oraz innych, niemających bezpośredniego odzwierciedlenia w danych).

Kalibracja parametrów determinujących stan ustalony obejmuje głównie kalibrację parametrów technologii produkcji, rynku pracy oraz sektora publicznego. Parametry z tej grupy ustalone są w taki sposób, żeby implikowany stan ustalony modelu pokrywał się z relacjami między zmiennymi uzyskanymi na podstawie danych empirycznych w roku bazowym. W przypadku kalibracji parametrów kontrolujących strukturę produkcji firm opieraliśmy się przede wszystkim na macierzach Input/Output dla Polski. Kalibracja parametrów rynku pracy z tej grupy bazuje na danych odnośnie rynku pracy uzyskanych z modelu podaży pracy oraz płacowego. Kalibracja parametrów sektora publicznego bazuje na danych GUS odnośnie struktury dochodów i wydatków budżetu państwa.

Sposób modelowania kapitału ludzkiego w module DSGE jest bardzo zbliżony do struktury modelu kapitału ludzkiego. Wszystkie parametry strukturalne segmentu kapitału ludzkiego w modelu DSGE zostały przyjęte na poziomie analogicznym jak w module kapitału ludzkiego.

Wartości parametrów strukturalnych modelu zostały przyjęte na poziomie analogicznym jak w Bukowski & Kowal (2010) oraz jak w Antosiewicz et al. (2011) w przypadku parametrów strukturalnych rynku pracy.

W przypadku modelu DSGE konieczne jest założenie egzogenicznego scenariusza bazowego zmiennych. Przyjęty scenariusz bazowy odnośnie rachunków narodowych, kapitału ludzkiego oraz rynku pracy jest zgodny z wynikiem symulacji modelu jako całości. W przypadku scenariusza bazowego dla sektora fiskalnego modelu opieraliśmy się na założeniach rządu odnośnie wysokości stawek podatkowych oraz poziomu wydatków, dochodów i długu publicznego.

W przypadku modeli regionalnych założyliśmy, że parametry strukturalne przyjmują takie same wartości jak dla Polski. Modele regionalne różnią się parametrami determinującymi stan ustalony. Wartości tych parametrów zostały skalibrowane analogicznie jak dla Polski na podstawie wyników kalibracji regionalnych pozostałych modułów modelu. W przypadku modeli regionalnych konieczne jest posiadanie dodatkowo struktury Input/Output dla regionów. Opieraliśmy się tutaj na strukturze IO dla regionów inputowanej przez Instytut Badań Strukturalnych na podstawie struktury IO dla Polski oraz danych odnośnie rachunków narodowych dla poszczególnych regionów prezentowanych przez GUS. Procedura inputacji regionalnych macierzy Input/Output przebiega w trzech etapach. W pierwszym etapie estymowana jest zależność struktury produkcyjnej IO dla krajów Unii Europejskiej względem danych dostępnych na poziomie regionalnym (m.in. wielkość regionu, poziom PKB per capita, poziom konsumpcji oraz inwestycji, struktura tworzenia wartości dodanej, wielkości produkcji i inne). W drugim etapie na podstawie wyników estymacji dla krajów Unii Europejskiej oraz wartości odpowiednich regresorów tworzona jest bazowa macierz Input/Output w podziale na sekcje PKD z uwzględnieniem wielkości i struktury zużycia pośredniego oraz struktury zużycia finalnego (z podziałem na produkcję krajową i zagraniczną). W trzecim etapie następuje uspoźnienie uzyskanej tablicy IO zapewniające zachowanie wszelkich wymaganych relacji agregacji oraz agregatów dostępnych na poziomie regionalnym. Powyższa procedura była wielokrotnie wykorzystywana przez IBS przy kalibracji regionalnych modeli DSGE (por. np. Magda et al. (2010), Bukowski et al. (2011)).

### **3.10.5. Szoki**

Szoki użytkownika zostały podzielone na grupy tematyczne opisane poniżej. Wszystkie szoki użytkownika wiążą się z modyfikacją odpowiedniej zmiennej egzogenicznej w modelu.

**Polityka dochodowa – sektor publiczny.** Polityka dochodowa rządu może być sterowana stawką podatku PIT, stawką podatku CIT, stawką na ubezpieczenie społeczne oraz stawką podatku VAT. Szoki te są zaimplementowane w modelu jako zakłócenie zmiennych  $\tau_t^W$  dla stawki PIT, zmiennej  $\tau_t^{CIT}$  w przypadku podatku dochodowego dla firm, zmiennej  $\tau_t^S$  określającej składki na ubezpieczenie społeczne oraz zmiennej  $\tau_t^V$  determinującej podatek od wartości dodanej VAT.

**Polityka wydatkowa – sektor publiczny.** Po stronie wydatkowej budżetu państwa użytkownik ma możliwość ustalenia poziomu konsumpcji publicznej sterowanej w modelu zmienną  $\xi_t^G$ .

**Zmiana efektywności – sektory.** Szoki z tej grupy umożliwiają modyfikację wartości dodanej w poszczególnych sektorach wynikającą ze zmiany poziomu technologii związanej z szokami technologicznymi. Szoki te są implementowane przez zmienne  $\xi_t^{Y,s}$ , gdzie  $s$  jest jednym z sektorów w modelu.

**Zmiana popytu krajowego – sektory.** Szoki z tej grupy umożliwiają modyfikację wartości dodanej w poszczególnych sektorach wynikającą ze zmian po stronie popytowej. Szoki te są implementowane przez zmienne  $\xi_t^{D,s}$ , gdzie  $s$  jest jednym z sektorów w modelu, które wpływają na udział dóbr produkowanych w kraju w agregatach armingtonowskich w taki sposób, że nie mają one bezpośrednich wpływów podażowych.

**Zmiana popytu zagranicznego – sektory.** Szoki popytu zagranicznego wpływają na wartość eksportu dóbr krajowych przez zmianę poziomu popytu zagranicznego na dobra produkowane w kraju. Szoki te są implementowane w modelu przez zmienne  $\xi_t^{F,s}$ , gdzie  $s$  jest jednym z sektorów modelu.

**Zmiana popytu na pracę.** Szoki z tej grupy umożliwiają modyfikację popytu na pracę efektywną zgłaszaną przez firmy produkujące sektorowe dobra podstawowe. Szoki popytu na pracę są zdezagregowane względem typu pracy (pracownicy o umiejętnościach analitycznych, społecznych lub manualnych), poziomu kapitału ludzkiego (wysoki lub niski) oraz sektora. Użytkownik ma możliwość ustalenia poziomu popytu na pracę z uwzględnieniem dezagregacji na typ pracy i poziom kapitału z pominięciem wymiaru sektorowego (wtedy szok taki wpływa na wszystkie sektory w jednakowym stopniu) oraz z uwzględnieniem dodatkowo dezagregacji względem sektora. Szoki zadane na te dwa różne sposoby kumulują się. Szoki popytu na pracę są implementowane w modelu przez zmienne  $\xi_t^{L,ij}$  oraz  $\xi_t^{L,s,ij}$ , gdzie  $s$  jest sektorem,  $i$  jest typem kapitału ludzkiego, a  $j$  jest poziomem kapitału ludzkiego.

**Zmiana podaży pracy.** Zmiana podaży pracy jest możliwa poprzez zmianę zagregowanej podaży pracy oferowanej przez gospodarstwo domowe, zmianę tempa destrukcji miejsc pracy, modyfikację intensywności poszukiwania pracy oraz poprzez modyfikację przepływów pomiędzy biernością zawodową i bezrobociem.

Zmiana całkowitej podaży pracy modelowana jest jako zmiana preferencji gospodarstw domowych zmniejszająca udział czasu wolnego w użyteczności chwilowej, przez co gospodarstwa domowe zmniejszają konsumpcję czasu wolnego, oferując większą podaż pracy. Szok ten jest wprowadzony do modelu przez zmienną  $\xi_t^{LS}$ .

Szoki destrukcji miejsc pracy wpływają na egzogeniczne prawdopodobieństwo likwidacji istniejącego miejsca pracy. Szoki destrukcji można ustalać w różnym podziale, tj. ogółem, ze względu na wiek, płeć, wiek i płeć oraz względem typu i poziomu kapitału ludzkiego wykorzystywanego w danym miejscu pracy.

Szoki o różnym podziale dodają się do siebie. W modelu szok ten jest implementowany przez zmienną  $\delta_{tN}^{a,sij,k}$ . Zmienna ta jest dana równaniem:

$$\delta_{tN}^{a,sij,k} = \delta_{tN} + \delta_{tN}^a + \delta_{tN}^s + \delta_{tN}^{as} + \delta_{tN}^i + \delta_{tN}^j + \delta_{tN}^{ij} \quad (217)$$

gdzie  $a$  oznacza wiek,  $s$  oznacza płeć,  $i$  jest typem kapitału ludzkiego wykorzystywanego w danym miejscu pracy,  $j$  jest poziomem wykorzystywanego kapitału, a  $k$  jest dodatkową charakterystyką osoby zatrudnionej. Dekompozycja ta odpowiada poziomom podziału, na jakich możliwe jest określenie szoku destrukcji miejsc pracy.

Kolejnym szokiem wpływającym na podaż pracy jest szok intensywności poszukiwania pracy. Szok ten można ustalać dla osób niepracujących ogółem lub oddzielnie dla osób bezrobotnych i nieaktywnych zawodowo. W każdym przypadku szok ten możliwy jest w podziale ogółem, względem płci, względem wieku oraz względem płci i wieku.

Szok intensywności poszukiwań jest wprowadzony do modelu przez zmienne  $\phi_t^{ask,U}$  i  $\phi_t^{ask,IN}$ , gdzie  $a$  jest wiekiem,  $s$  jest płcią,  $k$  określa inne charakterystyki osoby, odpowiednio dla bezrobotnych i nieaktywnych. Zmienne te są dane przez:

$$\begin{aligned}\phi_t^{ask,U} &= \phi^U \exp(\phi_t + \phi_t^a + \phi_t^s + \phi_t^{as}) \exp(\phi_t^U + \phi_t^{U,a} + \phi_t^{U,s} + \phi_t^{U,as}) \\ \phi_t^{ask,IN} &= \phi^{IN} \exp(\phi_t + \phi_t^a + \phi_t^s + \phi_t^{as}) \exp(\phi_t^{IN} + \phi_t^{IN,a} + \phi_t^{IN,s} + \phi_t^{IN,as})\end{aligned}\quad (218)$$

gdzie  $\phi^U$ ,  $\phi^{IN}$  są parametrami kontrolującymi przeciętny poziom intensywności poszukiwań dla osób – odpowiednio – bezrobotnych i nieaktywnych,  $\phi_t$  jest egzogenicznym szokiem poszukiwań wpływającym na intensywność poszukiwań wszystkich osób,  $\phi_t^a$ ,  $\phi_t^s$ ,  $\phi_t^{as}$  modyfikują intensywność poszukiwań względem wieku, płci oraz płci i wieku w jednakowym stopniu dla bezrobotnych i nieaktywnych. Zmienne  $\phi$  z indeksami  $U$  i  $IN$  odgrywają analogiczną rolę, ale modyfikują intensywność poszukiwań tylko dla bezrobotnych lub nieaktywnych.

Następnym szokiem podaży pracy jest szok przepływu z bezrobocia do bierności zawodowej i z bierności zawodowej do bezrobocia. Szoki te można określać łącznie dla wszystkich osób niezależnie od ich charakterystyki lub z podziałem na płeć, wiek oraz wiek i płeć. Szoki te są implementowane w modelu za pomocą zmiennych egzogenicznych  $\Psi_t^{as,U,IN}$  oraz  $\Psi_t^{as,IN,U}$ , gdzie  $a$  oznacza wiek, a  $s$  oznacza płeć osób.

**Zmiana efektywności procesu dopasowań.** Szok ten wpływa na efektywność technologii tworzenia nowych miejsc pracy z wykorzystaniem zgłoszonych wakatów oraz zgłoszonych ofert pracy przez osoby niepracujące. Szok ten jest implementowany w modelu za pomocą zmiennej  $\vartheta_t^{ij}$  w równaniu (111), gdzie  $i$  oznacza typ kapitału ludzkiego wykorzystywanego w danym miejscu pracy, a  $j$  oznacza poziom wykorzystanego kapitału ludzkiego.

### 3.11. Komunikacja pomiędzy modułami

Podstawowa komunikacja na poziomie technicznym pomiędzy modułami jest wykonywana na poziomie bazy danych. Większość modułów zapisuje i odczytuje odpowiednie tabele, tak więc wyniki zapisywane przez jeden moduł mogą być łatwo odczytane przez inne moduły.

Zupełnie innym zadaniem jest komunikacja logiczna pomiędzy modułami, a więc przykładowo modyfikacja struktury wykształcenia w module podaży pracy zgodnie ze strukturą wykształcenia uzyskaną w module oświatowym. Jeszcze innym zadaniem jest komunikacja pomiędzy modułami merytorycznymi a interfejsem użytkownika.

W aplikacji istnieją dwa moduły, których zadaniem jest logiczna komunikacja pomiędzy modułami merytorycznymi oraz interfejsem użytkownika. Są to: moduł uspojnający oraz moduł dezagregacji. Pierwszy z tych modułów, moduł



uspójniający, jest specjalnie wydzielonym modulem, którego jedyną rolą jest uspójnienie struktury wykształcenia w module podaży pracy ze strukturą wykształcenia uzyskaną z modułu oświatowego. Rola drugiego z modułów jest znacznie szersza. Moduł dezagregacji z jednej strony oblicza odpowiednie dezagregacje i agregacje danych, które są następnie prezentowane w interfejsie użytkownika. Z drugiej strony jest to moduł, który jest odpowiedzialny za propagację odpowiedzi na szoki uzyskiwane z modułu DSGE. Poniżej podano dokładny opis zachowania się obu tych modułów.

Moduł uspójniający ma na celu uwzględnienie w module podaży pracy obliczeń dokonanych w modułach oświatowym i szkolnictwa wyższego. Celem tego uspójnienia jest nałożenie zmiany liczby osób z wykształceniem wyższym (moduł szkolnictwa wyższego) oraz zmiany struktury liczby osób z danym wykształceniem w ramach szkolnictwa średniego (moduł oświatowy).

W pierwszym kroku uwzględniana jest informacja dostarczana z modułu szkolnictwa wyższego. Moduł ten oblicza liczbę absolwentów (jest to zmiana, a nie stan). Zmiana ta jest brana pod uwagę w ten sposób, że w tabeli przechowującej podaż pracy obliczany jest rozkład brzegowy po takich wymiarach, które są obecne w tabeli przechowującej liczbę absolwentów (są to płeć, wiek oraz kierunek wykształcenia). Po takich wymiarach dokonuje się operacji powiększenia liczby osób z wykształceniem wyższym oraz pomniejszenia liczby osób z wykształceniem średnim (z odpowiednim uwzględnieniem kierunków wykształcenia).

Ponieważ tablica przechowująca podaż pracy posiada więcej wymiarów niż tablica z danymi o absolwentach, należy więc jeszcze uwzględnić zmiany w tych pozostałych wymiarach. Jest to robione proporcjonalnie do wyników ewolucji w module podaży pracy.

Uwzględnienie informacji przesyłanych z modułu oświatowego jest prostsze, gdyż moduł ten zwraca informację o stanie struktury. Struktura ta jest nadpisywana w tablicy podaży pracy. Rozbicie informacji z modułu oświatowego na pozostałe wymiary obecne w tablicy przechowującej podaż pracy jest identyczne jak dla informacji o liczbie osób z wykształceniem wyższym.

Moduł dezagregacji ma bardzo podobne zadanie jak moduł uspójniający. Jedyną różnicą polega na tym, że w ramach tego modułu uspójniane są dane z modułu DSGE i innych modułów. W szczególności dane z DSGE są nakładane na tablicę zawierającą informacje o podaży pracy (moduł podaży pracy) i tablicę zawierającą informacje o wartości dodanej (moduł wartości dodanej). Metoda tego uspójnienia jest identyczna jak w przypadku modułu uspójniającego, z tą różnicą, że jest robiona po innych wymiarach (m.in. wiek, płeć, stan na rynku pracy oraz struktura sektorowa).

Ostatnią rolą modułu dezagregacji jest odpowiednia zmiana struktury danych i przekazanie ich do interfejsu użytkownika. Rola ta jest całkowicie techniczna i sprowadza się do wczytania odpowiednich tabel z bazy danych, zmiany ich struktury i zapisania do innych tabel w bazie danych, z których interfejs użytkownika bezpośrednio czyta wyświetlane informacje.

## 4. Podsumowanie

Jednym z wyzwań prowadzenia skutecznej polityki gospodarczej, zarówno na poziomie centralnym, jak i regionalnym, jest analiza skutków projektowanych instrumentów polityki gospodarczej. W ramach szeroko pojętych instrumentów polityki gospodarczej trzeba wspomnieć o instrumentach fiskalnych oraz regulacjach. Zarówno instrumenty fiskalne, jak i regulacje, mają znaczący wpływ na kształtowanie się procesów edukacyjnych oraz akumulacji kapitału ludzkiego, a pośrednio na procesy zachodzące na rynku pracy. Kluczowe jest więc zrozumienie, jak projektowana polityka gospodarcza wpływa na ogół procesów gospodarczych, uwzględniając bardzo skomplikowane interakcje pomiędzy tymi procesami.

W celu pomocy w analizie skutków projektowanych polityk gospodarczych w ramach niniejszego projektu został przygotowany model symulacyjny gospodarki Polski, ze szczególnym uwzględnieniem procesów edukacyjnych i akumulacji kapitału ludzkiego oraz konsekwencji tych procesów dla podaży pracy. Zaprojektowany model pozwala nie tylko na stworzenie pojedynczej symulacji, obejmującej okres od 2013 do 2050 roku (tzw. scenariusz bazowy), ale również na prowadzenie symulacji uwzględniających aplikowane przez użytkownika szoki. Tak uzyskiwane ścieżki silnie wpływają na ścieżki danych makroekonomicznych, co zostało osiągnięte przez ściśle zintegrowanie modelu z modułem DSGE.

Model pozwala nie tylko na prowadzenie symulacji na poziomie całego kraju, ale również na prowadzenie symulacji na poziomie województw. Jako taki może być znaczącą pomocą dla urzędów marszałkowskich w zakresie prowadzenia polityki demograficznej, edukacyjnej oraz w zakresie rynku pracy. Jest to szczególnie istotne w kontekście zachodzących zmian demograficznych oraz migracyjnych.

Zaprojektowany model został zaimplementowany w postaci aplikacji. Podstawą aplikacji są moduły obliczeniowe. Moduły obliczeniowe zostały zaprogramowane w języku R – prostym, nowoczesnym, wysokopoziomowym języku programowania, umożliwiającym łatwe dokonywanie zmian przez użytkownika. Główny moduł obliczeniowy, moduł DSGE, został zaprogramowany w języku FORMA. Język ten jest implementowany jako dynamicznie ładowana biblioteka, ale z punktu widzenia użytkownika jest to prosty język modelowania w ramach klasy modeli DSGE.

Wszystkie moduły obliczeniowe komunikują się przez lekką i prostą w użyciu bazę danych SQLite. Takie rozwiązanie pozwala na relatywnie szybkie przekazywanie dużych struktur danych, równocześnie nie obciążając komputera, na którym prowadzone są obliczenia.

Wszystkie obliczone wyniki są przekazywane do interfejsu użytkownika. Interfejs ten został zaimplementowany w języku C#, co pozwala na bardzo dobrą integrację z systemami firmy Microsoft (począwszy od Windows XP). Interfejs użytkownika został zaprojektowany w sposób, który ułatwia poruszanie się wśród ok. 15 tysięcy raportowanych zmiennych. Dodatkowo z poziomu aplikacji użytkownik może łatwo nakładać szoki, przeprowadzać symulacje, dokonywać wizualizacji uzyskanych wyników oraz eksportować uzyskane wyniki do pliku w formacie XML, co pozwala na łatwe przekazywanie wyników symulacji do innych programów (w tym arkuszy kalkulacyjnych). Aplikacja pozwala również na zapisanie danych w formacie natywnym i ponowne ich wczytanie.

Stworzona aplikacja umożliwia wielostronną analizę projektowanych polityk gospodarczych. Ze względu na liczbę branych pod uwagę zmiennych oraz charakter modelowanych procesów gospodarczych jest narzędziem skomplikowanym. Wiele pracy włożono w maksymalne uproszczenie użytkowania aplikacji oraz łączenie jej z innymi narzędziami analitycznymi, tak aby jednocześnie zachować możliwość maksymalnego wykorzystania jej złożonych mechanizmów modelowych.

## Literatura

- Alho, J. & Spencer, B. (2005), *Statistical Demography and Forecasting*, New York: Springer Science + Business Media.
- Antosiewicz, M., Bukowski, M. & Kowal, P. (2011), 'Krzywa beveridge'a i przepływy na rynku pracy w dynamicznym modelu dopasowań i poszukiwań z endogeniczną biernością zawodową i bezrobociem', *IBS Working Paper* (02/2011).
- Bukowski, M., ed. (2010), *Zatrudnienie w Polsce 2008: praca w cyklu życia*, Warszawa: Centrum Rozwoju Zasobów Ludzkich.
- Bukowski, M. & Kowal, P. (2010), 'Large scale, multi-sector dsge model as a climate policy assessment tool', *IBS Working Paper* (03/2010).
- Cunha, F., Heckman, J. J., Lochner, L. & Masterov, D. V. (2006), 'Interpreting the evidence on life cycle skill formation', *Handbook of the Economics of Education* 1, 697–812.
- Deming, W. E. & Stephan, F. F. (1940), 'Least squares adjustment of a sampled frequency table when the expected marginal totals are known', *The Annals of Mathematical Statistics* 11, 427–444.
- Heckman, J. J. (2000), 'Policies to foster human capital', *Research in economics* 54(1), 3–56.
- Heckman, J. J., Stixrud, J. & Urzua, S. (2006), 'The effects of cognitive and noncognitive abilities on labor market outcomes and social behavior', *Journal of Labor Economics* 24(3), 411–482.
- Heckman, J., Lochner, L. & Cossa, R. (2002), Learning-by-doing vs. on-the-job training: Using variation induced by the eitc to distinguish between models of skill formation, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Jin, H. & Judd, K. (2002), Perturbation methods for general dynamic stochastic models. working paper.
- Judd, K. (1996), Approximation, perturbation, and projection solution methods in economics, in H. Amman, D. Kendrick & J. Rust, eds, 'Handbook of Computational Economics', Elsevier, North Holland.
- Kamiński, B. (2012), *Podejście wieloagentowe do modelowania rynków. Metody i zastosowania*, Oficyna Wydawnicza SGH.
- Kowal, P. (2007a), 'Forma language reference guide', *IBS Working Paper* (05/2007).
- Kowal, P. (2007b), 'On solving regular linear rational expectations models', *IBS Working Paper* (05/2007).
- Lis, M. (2014), Evidence on the technology of human capital formation, Technical report, Institute for Structural Research.
- Lis, M. & Baran, J. (2013), Prognoza kapitału ludzkiego, Technical report, Instytut Badań Strukturalnych.
- Matysiak, A. & Nowok, B. (2007), 'Stochastic forecast of the population of Poland, 2005- 2050', *Demographic Research* 17, 301–338.

Mincer, J. A. (1974), Schooling and earnings, in 'Schooling, experience, and earnings', Columbia University Press, pp. 41–63.

Mortensen, D. T. (1989), 'The persistence and indeterminacy of unemployment in search equilibrium', *Scandinavian Journal of Economics* 91(2), 347–70. URL: <http://ideas.repec.org/a/bla/scandj/v91y1989i2p347-70.html>

Pfeiffer, F. & Reuß, K. (2008), 'Age-dependent skill formation and returns to education', *Labour Economics* 15(4), 631–646.

Pissarides, C. (1990), *Equilibrium Unemployment Theory*, Basil Blackwell.

Sims, C. A. (2001), 'Solving linear rational expectations models', *Computational Economics* 20, 1–20.

## Dodatek A. Bazy danych

Lista tabel w bazie danych, z których bezpośrednio korzystają moduły aplikacji. W ramach każdej tablicy podana jest lista pól razem z opisem znaczenia danego pola. W każdej tabeli pominięto dwa pola: pole **rok** które zawiera rok, dla którego zapisana jest wartość oraz pole **wartosc**, gdzie zapisywana jest wartość.

- **tab\_funduszPlacSektory\_sb** — udział funduszu płac w wartości dodanej w danym sektorze dla scenariusza bazowego (moduł popytu na pracę)
  - kraj — lista krajów
  - sektPopyt — dezagregacja sektorów zgodna z PKB
- **tab\_hcPodaz\_sb** — wartości kapitału ludzkiego według zawodu i sektora na poziomie agregacji modelu podaży pracy (moduł podaży pracy)
  - zawodPodaz — dezagregacja zawodów w modelu podaży pracy
  - sektPodaz — dezagregacja sektorów w modelu podaży pracy
- **tab\_innowacyjnoscSektory\_sb** — udział procentowy firm innowacyjnych w sektorach dla scenariusza bazowego (moduł popytu na pracę)
  - kraj — lista krajów
  - sektPopyt — dezagregacja sektorów zgodna z PKD
- **tab\_lbdSkills\_sb** — wartości parametrów learning-by-doing według płci, wieku, wykształcenia, zawodu i sektora (moduł kapitału ludzkiego)
  - plec — wartości poziomów dla płci
  - wiek — wartości poziomów dla wieku
  - wykKier — wartości poziomów wykształcenia i kierunków z modelu podaży pracy
  - zawodPodaz — wartości poziomów zawodu z modelu podaży pracy
  - sektPodaz — wartości sektorów z modelu podaży pracy
  - lbdSkills — poziomy umiejętności learnign-by-doing
- **tab\_oswiataDemWew\_sb** — wewnętrzny stan demografii (moduł oświatowy)
  - oswiataStateDemografiaKod — techniczny kod stanu
- **tab\_oswiataNewState\_sb** — stan modelu oświatowego opisujący liczbę uczniów w nowym systemie szkolnictwa (moduł oświatowy)
  - oswiataStateOswiataKod — techniczny kod stanu
- **tab\_oswiataNewWykState\_sb** — stan modelu oświatowego opisujący liczbę osób posiadających dany poziom wykształcenia uzyskanego w nowym systemie szkolnictwa (moduł oświatowy)
  - oswiataStateWykKod — techniczny kod stanu
- **tab\_oswiataOldState\_sb** — stan modelu oświatowego opisujący liczbę uczniów w obecnym systemie szkolnictwa (moduł oświatowy)
  - oswiataStateOswiataKod — techniczny kod stanu
- **tab\_oswiataOldSWykState\_sb** — stan modelu oświatowego opisujący liczbę osób posiadających dany poziom wykształcenia uzyskanego w obecnym systemie szkolnictwa (moduł oświatowy)

- oswiataStateWykKod — techniczny kod stanu
- **tab\_oswiataResOswiata\_sb** — liczba uczniów w systemie szkolnictwa łącznie (dla absolwentów liceów i techników) (moduł oświatowy)
  - plec — wartości poziomów dla płci
  - wiek — wartości poziomów dla wieku
  - miastoWies — miejsce zamieszkania
  - oswiataOswiataKod — techniczne kodowanie stanu
  - wykKierAll — wartości poziomów wykształcenia z modułu oświatowego
- **tab\_oswiataResWykształcenie\_sb** — liczba osób posiadających dany poziom wykształcenia w układzie zgodnym z modelem podaży pracy (moduł oświatowy)
  - plec — wartości poziomów dla płci
  - wiek — wartości poziomów dla wieku
  - wykKier — wartości poziomów wykształcenia i kierunków z modelu podaży pracy
  - oswiataWykKod — techniczne kodowanie stanu
- **tab\_placePopyt\_sb** — płace w rozbiściu na sektor i zawód zgodnie z dezagregacją modułu popytu na pracę (moduł płacowy)
  - sektPopyt — wartości poziomów sektorów z zgodne z PKB
  - zawod1cyf — wartości poziomów zawodu z modelu popytu na pracę
- **tab\_place\_sb** — płace w rozbiściu na sektor i zawód zgodnie z dezagregacją modułu podaży pracy (moduł płacowy)
  - zawodPodaz — wartości poziomów zawodu z modelu podaży pracy
  - sektPodaz — wartości sektorów z modelu podaży pracy
- **tab\_populacjaPodazOsoby\_sb** — wartość populacji z modelu podaży dla scenariusza bazowego zgodnie z dezagregacją modułu podaży pracy (moduł podaży pracy)
  - idxPodaz — techniczny kod stanu
- **tab\_populacjaPodazOsobyUspojnienie\_sb** — wartość populacji z modelu podaży dla scenariusza bazowego zgodnie z dezagregacją modułu podaży pracy po nałożeniu korekt z DSGE i modułu edukacyjnego (moduł podaży pracy)
  - idxPodaz — techniczny kod stanu
- **tab\_populacja\_sb** — wartość populacji dla scenariusza bazowego (moduł demograficzny)
  - plec — wartości poziomów dla płci
  - wiek — wartości poziomów dla wieku
- **tab\_skills\_sb** — wartości umiejętności ogólnych (kognitywnych i niekognitywnych) według płci, wieku i grupy kwintylowej (moduł kapitału ludzkiego)
  - wiek — wartości poziomów dla wieku
  - generalSkills — poziomy umiejętności ogólnych
  - quant — poziomy rozkładu umiejętności ogólnych
- **tab\_studiaStanAbsolwentow\_sb** — liczba absolwentów studiów w scenariuszu bazowym (moduł

szkolnictwa wyższego)

- plec — wartości poziomów dla płci
- wiek — wartości poziomów dla wieku
- wykKier — wartości poziomów wykształcenia i kierunków z modelu podaży pracy
- studiaFin — wartości poziomów sposobu finansowania studiów
- studiaTryb — wartości poziomu trybu studiów
- absolwentKod — techniczny kod stanu
- typSredniej — rodzaj ukończonej szkoły średniej

• **tab\_studiaStanDoktorantow\_sb** — liczba studentów studiów doktoranckich w scenariuszu bazowym (moduł szkolnictwa wyższego)

- plec — wartości poziomów dla płci
- wiek — wartości poziomów dla wieku
- wykKier — wartości poziomów wykształcenia i kierunków z modelu podaży pracy
- studiaFin — wartości poziomów sposobu finansowania studiów
- studiaTryb — wartości poziomu trybu studiów
- absolwentKod — techniczny kod stanu

• **tab\_studiaStanInnychPracownikow\_sb** — liczba innych pracowników nauki w poprzednim okresie w scenariuszu bazowym (moduł szkolnictwa wyższego)

- studiaFin — wartości poziomów sposobu finansowania studiów

• **tab\_studiaStanNauczycieliAgg\_sb** — liczba nauczycieli w scenariuszu bazowym (moduł szkolnictwa wyższego)

- wykKier — wartości poziomów wykształcenia i kierunków z modelu podaży
- studiaFin — wartości poziomów sposobu finansowania studiów
- studiaTryb — wartości poziomów trybu studiów
- edukacjaNauczycieleTyp — techniczne kodowanie stanu
- nauczycieleTyp — rodzaj studiów (wyższe, podyplomowe, doktoranckie) na których zatrudniony jest nauczyciel

• **tab\_studiaStanNauczycieli\_sb** — liczba nauczycieli w poprzednim okresie w scenariuszu bazowym (moduł szkolnictwa wyższego)

- studiaFin — wartości poziomów sposobu finansowania studiów

• **tab\_studiaStanPodyplomowi\_sb** — liczba studentów studiów podyplomowych w scenariuszu bazowym (moduł szkolnictwa wyższego)

- plec — wartości poziomów dla płci
- wiek — wartości poziomów dla wieku
- wykKier — wartości poziomów wykształcenia i kierunków z modelu podaży pracy
- studiaFin — wartości poziomów sposobu finansowania studiów
- studiaTryb — wartości poziomu trybu studiów
- absolwentKod — techniczny kod stanu

• **tab\_studiaStanStudentowAgg\_sb** — liczba studentów łącznie w scenariuszu bazowym w wersji zagregowanej (moduł szkolnictwa wyższego)

- plec — wartości poziomów dla płci

- wiek — wartości poziomów dla wieku
  - wykKier — wartości poziomów wykształcenia i kierunków z modelu podaży pracy
  - studiaFin — wartości poziomów sposobu finansowania studiów
  - studiaTryb — wartości poziomu trybu studiów
  - absolwentKod — techniczny kod stanu
- **tab\_studiaStanStudentowLiceum\_sb** — liczba studentów którzy ukończyli liceum w scenariuszu bazowym w wersji zdezagregowanej (moduł szkolnictwa wyższego)
    - studentKod — techniczny kod stanu
  - **tab\_studiaStanStudentowTechnikum\_sb** — liczba studentów którzy ukończyli technikum w scenariuszu bazowym w wersji zdezagregowanej (moduł szkolnictwa wyższego)
    - studentKod — techniczny kod stanu
  - **tab\_udzQInwk\_pom** — tabela do dezagregacji umiejętności na wykształcenie (moduł kapitału ludzkiego)
    - plec — wartości poziomów dla płci
    - wiek — wartości poziomów dla wieku
    - wykKier — wartości poziomów wykształcenia i kierunków z modelu podaży pracy
    - quant — poziomy rozkładu umiejętności ogólnych
  - **tab\_wartoscDodanaBrutto\_sb** — wartość dodana brutto - agregat (moduł wartości dodanej)
  - **tab\_wartoscDodanaSektoryNowe\_sb** — udział procentowy wartości dodanej sektora względem całkowitej wartości dodanej dla scenariusza bazowego (moduł popytu na pracę)
    - kraj — lista krajów
    - sektPopyt — wartości poziomów sektorów z modelu popytu na pracę
  - **tab\_wartoscDodanaSektoryPodsektory\_sb** — wartość dodana w sektorach i podsektorach w scenariuszu bazowym (moduł płacowy)
    - sektPopyt — wartości poziomów sektorów z modelu popytu na pracę
    - podsektor — podsektor tradycyjny lub innowacyjny
  - **tab\_wartoscDodanaSektory\_sb** — udział procentowy wartości dodanej sektora względem całkowitej wartości dodanej dla scenariusza bazowego (moduł popytu na pracę)
    - kraj — lista krajów
    - sektPopyt — wartości poziomów sektorów z modelu popytu na pracę
  - **tab\_wspMigr\_pom** — współczynnik migracji (moduł demograficzny)
    - plec — wartości poziomów dla płci
    - wiek — wartości poziomów dla wieku
  - **tab\_wspPlod\_pom** — współczynnik płodności (moduł demograficzny)
    - wiek — wartości poziomów dla wieku
  - **tab\_wspUrodz\_pom** — współczynnik urodzeń (moduł demograficzny)
    - plec — wartości poziomów dla płci
  - **tab\_wspZgon\_pom** — współczynnik zgonów (moduł demograficzny)



- plec — wartości poziomów dla płci
- wiek — wartości poziomów dla wieku
- **tab\_zatrudnieniePopyt\_sb** — zatrudnienie w rozbiu na sekcje PKD, podsekcje innowacyjny/tradycyjny, zawód (moduł płacowy)
  - sektPopyt — wartości poziomów sektorów z modelu popytu na pracę
  - zawod1cyf — wartości poziomów zawodu z modelu popytu na pracę
  - podsektor — podsektor tradycyjny lub innowacyjny

W tabelach występują pola zawierające odpowiednie kody. Znaczenie tych kodów opisano poniżej.

- **generalSkills**
  - c — umiejętności kognitywne
  - n — umiejętności niekognitywne
- **hcExportApp**
  - hcv — umiejętności kognitywne
  - q\_cog — umiejętności niekognitywne
  - q\_ncog — umiejętności niekognitywne
  - podaz\_lud — ludność z modułu podaży pracy
- **kraj**
  - pl — polska
  - de — niemcy
- **lbdSkills**
  - cooperate\_inv\_staz\_susr — intensywność wykorzystania umiejętności współpracy
  - influence\_inv\_staz\_susr — intensywność wykorzystania umiejętności wpływu
  - manage\_inv\_staz\_susr — intensywność wykorzystania umiejętności zarządzania
  - analitic\_inv\_staz\_susr — intensywność wykorzystania umiejętności analitycznych
  - advanced\_inv\_staz\_susr — intensywność wykorzystania umiejętności analitycznych zaawansowanych
  - ict\_inv\_staz\_susr — intensywność wykorzystania umiejętności ict
  - manual\_inv\_staz\_susr — intensywność wykorzystania umiejętności manualnych
- **miastoWies**
  - 1 — miasto
  - 2 — wieś
- **nauczycieleTyp**
  - 1 — suma
  - 2 — studia
  - 3 — doktoranckie
  - 4 — podyplomowe
- **oswiataDezTyp**
  - tech — technikum

- zaw — szkoły zawodowe
- all — wszystkie

- **oswiataZawod2**

- 31 — średni personel nauk fizycznych, chemicznych i technicznych
- 32 — średni personel do spraw zdrowia
- 33 — średni personel do spraw biznesu i administracji
- 34 — średni personel z dziedziny prawa, spraw społecznych, kultury i pokrewny
- 35 — technicy informatycy
- 41 — sekretarki, operatorzy urzędów biurowych i pokrewni
- 42 — pracownicy obsługi klienta
- 51 — pracownicy usług osobistych
- 52 — sprzedawcy i pokrewni
- 53 — pracownicy opieki osobistej i pokrewni
- 61 — rolnicy produkcji towarowej
- 71 — robotnicy budowlani i pokrewni (z wyłączeniem elektryków)
- 72 — robotnicy obróbki metali, mechanicy maszyn i urządzeń i pokrewni
- 73 — rzemieślnicy i robotnicy poligraficzni
- 74 — elektrycy i elektronicy
- 75 — robotnicy w przetwórstwie spożywczym, obróbce drewna, produkcji wyrobów tekstylnych i pokrewni
- 81 — operatorzy maszyn i urządzeń wydobywczych i przetwórczych
- 83 — kierowcy i operatorzy pojazdów
- 91 — pomoce domowe i sprzątaczk

- **oswiataZawod3**

- 311 — średni personel nauk fizycznych, chemicznych i technicznych
- 313 — średni personel nauk fizycznych, chemicznych i technicznych
- 314 — technicy nauk biologicznych, rolniczych i technologii żywności
- 315 — pracownicy transportu morskiego, żeglugi śródlądowej i lotnictwa
- 321 — technicy medycy i farmaceutycy
- 324 — technicy weterynarii
- 325 — inny średni personel do spraw zdrowia
- 331 — średni personel do spraw finansowych
- 333 — pośrednicy usług biznesowych
- 343 — średni personel w zakresie działalności artystycznej, kulturalnej i kulinarnej
- 351 — technicy do spraw technologii teleinformatycznych i pomocy użytkownikom urządzeń teleinformatycznych
- 352 — technicy telekomunikacji i urządzeń transmisyjnych
- 411 — pracownicy obsługi biurowej
- 422 — pracownicy do spraw informowania klientów
- 512 — kucharze
- 513 — kelnerzy i barmani
- 514 — fryzjerzy, kosmetyczki i pokrewni
- 515 — gospodarze obiektów
- 522 — pracownicy sprzedaży w sklepach
- 532 — pracownicy opieki osobistej w ochronie zdrowia i pokrewni

- 611 — rolnicy produkcji roślinnej
- 613 — rolnicy produkcji roślinnej i zwierzęcej
- 711 — robotnicy budowlani robót stanu surowego i pokrewni
- 712 — robotnicy budowlani robót wykończeniowych i pokrewni
- 713 — malarze, pracownicy czyszczący konstrukcje budowlane i pokrewni
- 714 — robotnicy budowlani i pokrewni (z wyłączeniem elektryków)
- 721 — formierze odlewniczy, spawacze, blacharze, monterzy konstrukcji metalowych i pokrewni
- 722 — kowale, ślusarze i pokrewni
- 723 — mechanicy maszyn i urządzeń
- 731 — rzemieślnicy
- 732 — robotnicy poligraficzni
- 741 — elektrycy budowlani, elektromechanicy i elektromonterzy
- 742 — monterzy elektroniki i monterzy instalacji i urządzeń telekomunikacyjnych
- 751 — robotnicy w przetwórstwie spożywczym i pokrewni
- 752 — robotnicy obróbki drewna, stolarze meblowi i pokrewni
- 753 — robotnicy produkcji odzieży i pokrewni
- 811 — operatorzy maszyn i urządzeń górniczych i pokrewni
- 812 — operatorzy maszyn i urządzeń do produkcji, przetwórstwa i obróbki wykończeniowej metalu
- 813 — operatorzy urządzeń do produkcji wyrobów chemicznych i fotograficznych
- 815 — operatorzy maszyn do produkcji wyrobów włókienniczych, futrzarskich i skórzanych
- 816 — operatorzy maszyn i urządzeń do produkcji wyrobów spożywczych i pokrewni
- 818 — operatorzy innych maszyn i urządzeń przetwórczych
- 834 — operatorzy pojazdów wolnobieżnych
- 911 — pomoce i sprzętaczki domowe, biurowe, hotelowe

- **plec**

- K — kobiety
- M — mężczyźni

- **podsektor**

- INN — innowacyjny
- TRAD — tradycyjny

- **quant**

- 1 — pierwsza grupa kwintylowa
- 2 — druga grupa kwintylowa
- 3 — trzecia grupa kwintylowa
- 4 — czwarta grupa kwintylowa
- 5 — piąta grupa kwintylowa

- **rynPracy**

- 1 — pracujący
- 3 — bezrobotni
- 4 — bierni zawodowo

- **sektDział**

- 1 — uprawy rolne, chów i hodowla zwierząt, łowiectwo, włączając działalność usługową
- 2 — leśnictwo i pozyskiwanie drewna

- 3 — rybactwo
- 5 — wydobywanie węgla kamiennego i węgla brunatnego (lignitu)
- 6 — górnictwo ropy naftowej i gazu ziemnego
- 7 — górnictwo rud metali
- 8 — pozostałe górnictwo i wydobywanie
- 9 — działalność usługowa wspomagająca górnictwo
- 10 — produkcja artykułów spożywczych
- 11 — produkcja napojów
- 12 — produkcja wyrobów tytoniowych
- 13 — produkcja wyrobów tekstylnych
- 14 — produkcja odzieży
- 15 — produkcja skór i wyrobów ze skór wyprawionych
- 16 — produkcja wyrobów z drewna oraz korka,
- 17 — produkcja papieru i wyrobów z papieru
- 18 — poligrafia i reprodukcja zapisanych nośników informacji
- 19 — wytwarzanie i przetwarzanie koksu i produktów rafinacji ropy naftowej
- 20 — produkcja chemikaliów i wyrobów chemicznych
- 21 — produkcja podstawowych substancji farmaceutycznych oraz leków i pozostałych wyrobów farmaceutycznych
- 22 — produkcja wyrobów z gumy i tworzyw sztucznych
- 23 — produkcja wyrobów z pozostałych mineralnych surowców niemetalicznych
- 24 — produkcja metali
- 25 — produkcja metalowych wyrobów gotowych,
- 26 — produkcja komputerów, wyrobów elektronicznych i optycznych
- 27 — produkcja urządzeń elektrycznych
- 28 — produkcja maszyn i urządzeń, gdzie indziej niesklasyfikowana
- 29 — produkcja pojazdów samochodowych, przyczep
- 30 — produkcja pozostałego sprzętu transportowego
- 31 — produkcja mebli
- 32 — pozostała produkcja wyrobów
- 33 — naprawa, konserwacja i instalowanie maszyn i urządzeń
- 35 — wytwarzanie i zaopatrywanie w energię elektryczną, gaz, parę wodną, gorącą wodę i powietrze do układów klimatyzacyjnych
- 36 — pobór, uzdatnianie i dostarczanie wody
- 37 — odprowadzanie i oczyszczanie ścieków
- 38 — działalność związana ze zbieraniem, przetwarzaniem i unieszkodliwianiem odpadów; odzysk surowców
- 39 — działalność związana z rekultywacją i pozostała działalność usługowa związana z gospodarką odpadami
- 41 — roboty budowlane związane ze wznoszeniem budynków
- 42 — roboty związane z budową obiektów inżynierii lądowej i wodnej
- 43 — roboty budowlane specjalistyczne
- 45 — handel hurtowy i detaliczny pojazdami samochodowymi; naprawa pojazdów samochodowych
- 46 — handel hurtowy, z wyłączeniem handlu pojazdami samochodowymi
- 47 — handel detaliczny, z wyłączeniem handlu detalicznego pojazdami samochodowymi
- 49 — transport lądowy oraz transport rurociągowy
- 50 — transport wodny
- 51 — transport lotniczy

- 52 — magazynowanie i działalność usługowa wspomagająca transport
- 53 — działalność pocztowa i kurierska
- 55 — zakwaterowanie
- 56 — działalność usługowa związana z wyżywieniem
- 58 — działalność wydawnicza
- 59 — działalność związana z produkcją filmów, nagrań wideo, programów telewizyjnych, nagrań dźwiękowych i muzycznych
- 60 — nadawanie programów ogólnodostępnych
- 61 — telekomunikacja
- 62 — działalność związana z oprogramowaniem
- 63 — działalność usługowa w zakresie informacji
- 64 — finansowa działalność usługowa, z wyłączeniem ubezpieczeń i funduszy emerytalnych
- 65 — ubezpieczenia, reasekuracja oraz fundusze emerytalne, z wyłączeniem obowiązkowego ubezpieczenia społecznego
- 66 — działalność wspomagająca usługi finansowe oraz ubezpieczenia i fundusze emerytalne
- 68 — działalność związana z obsługą rynku nieruchomości
- 69 — działalność prawnicza, rachunkowo-księgową
- 70 — działalność firm centralnych (head offices); doradztwo związane z zarządzaniem
- 71 — działalność w zakresie architektury i inżynierii; badania i analizy techniczne
- 72 — badania naukowe i prace rozwojowe
- 73 — reklama, badanie rynku i opinii publicznej
- 74 — pozostała działalność profesjonalna, naukowa i techniczna
- 75 — działalność weterynaryjna
- 77 — wynajem i dzierżawa
- 78 — działalność związana z zatrudnieniem
- 79 — działalność organizatorów turystyki, pośredników i agentów turystycznych oraz pozostała działalność usługowa w zakresie rezerwacji i działalności z nią związane
- 80 — działalność detektywistyczna i ochroniarska
- 81 — działalność usługowa związana z utrzymaniem porządku w budynkach i zagospodarowaniem terenów zieleni
- 82 — działalność związana z administracyjną obsługą biur i pozostała działalność wspomagająca prowadzenie działalności gospodarczej
- 84 — administracja publiczna i obrona narodowa; obowiązkowe zabezpieczenia społeczne
- 85 — edukacja
- 86 — opieka zdrowotna
- 87 — pomoc społeczna z zakwaterowaniem
- 88 — pomoc społeczna bez zakwaterowania
- 90 — działalność twórcza związana z kulturą
- 91 — działalność bibliotek, archiwów, muzeów oraz pozostała działalność związana z kulturą
- 92 — działalność związana z grami losowymi i zakładami wzajemnymi
- 93 — działalność sportowa, rozrywkowa i rekreacyjna
- 94 — działalność organizacji członkowskich
- 95 — naprawa i konserwacja komputerów i artykułów użytku osobistego i domowego
- 96 — pozostała indywidualna działalność usługowa
- 97 — gospodarstwa domowe zatrudniające pracowników
- 98 — gospodarstwa domowe produkujące wyroby

- **sektPodaz**

- 1 — rolnictwo
- 2 — przemysł
- 3 — budownictwo
- 4 — usługi rynkowe
- 5 — usługi nierynkowe
- 6 — usługi edukacyjne
- 7 — usługi zdrowotne
- 0 — nie pracuje

- **sektPopyt**

- A — rolnictwo, leśnictwo, łowiectwo i rybactwo
- B — górnictwo i wydobywanie
- C — przetwórstwo przemysłowe
- D — wytwarzanie i zaopatrywanie w energię
- E — gospodarowanie wodą, ściekami i odpadami
- F — budownictwo
- G — handel hurtowy i detaliczny
- H — transport
- I — zakwaterowanie i gastronomia
- J — informacja i komunikacja
- K — finanse i ubezpieczenia
- L — nieruchomości
- M — nauka i technika
- N — administracja i działalność wspierająca
- O — administracja publiczna i obronna narodowa
- P — edukacja
- Q — opieka zdrowotna i pomoc społeczna
- R — kultura, rozrywka i rekreacja
- S — pozostałe usługi
- T — gospodarstwa domowe

- **studiaCzasTrwania**

- 10 — studia trwające 1 rok
- 15 — studia trwające 1.5 lat
- 20 — studia trwające 2 lata
- 25 — studia trwające 2.5 lat
- 30 — studia trwające 3 lata
- 35 — studia trwające 3.5 lat
- 40 — studia trwające 4 lata
- 45 — studia trwające 4.5 lat
- 50 — studia trwające 5 lat
- 55 — studia trwające 5.5 lat
- 60 — studia trwające 6 lat

- **studiaFin**

- npubl — studia prywatne
- p — studia publiczne

- **studiaKierunek**

- 10 — podgrupa pedagogiczna
- 20 — podgrupa humanistyczna
- 25 — podgrupa artystyczna
- 30 — podgrupa społeczna
- 31 — podgrupa ekonomiczna i administracyjna
- 34 — podgrupa prawna
- 35 — podgrupa dziennikarstwa i informacji
- 40 — podgrupa biologiczna
- 41 — podgrupa fizyczna
- 42 — podgrupa matematyczna i statystyczna
- 43 — podgrupa informatyczna
- 50 — podgrupa medyczna
- 51 — podgrupa opieki społecznej
- 60 — podgrupa inżynieryjno - techniczna
- 61 — podgrupa produkcji i przetwórstwa
- 62 — podgrupa architektury i budownictwa
- 70 — podgrupa rolnicza leśna i rybactwa
- 71 — podgrupa weterynaryjna
- 80 — podgrupa usług dla ludności
- 81 — podgrupa ochrony środowiska
- 82 — podgrupa usługi transportowe
- 83 — podgrupa ochrony i bezpieczeństwa

- **studiaPoziom**

- 1 — jednolite magisterskie
- 2 — inżynieryjne
- 3 — licencjackie

- **studiaRok**

- 1 — i rok studiów
- 2 — ii rok studiów
- 3 — iii rok studiów
- 4 — iv rok studiów
- 5 — magisterskie uzupełniające ostatni rok
- 6 — magisterskie uzupełniające pierwszy rok
- 7 — v rok studiów

- **studiaTryb**

- 1 — studia dzienne
- 2 — studia zaoczne

- **typSredniej**

- 4 — studenci pochodzący z liceum
- 3 — studenci pochodzący z technikum

- **wiek**

- $k$  — populacja w wieku  $k$ , gdzie  $k$  zmienia się od 0 do 100

- **wyKierAll**

- 33 — średnie techniczne – nauki społeczne
- 35 — średnie techniczne – nauki techniczne
- 36 — średnie techniczne – nauki rolnictwo
- 37 — średnie techniczne – zdrowie
- 38 — średnie techniczne – usługi
- 49 — średnie ogólnokształcące
- 53 — zasadnicze zawodowe – nauki społeczne
- 55 — zasadnicze zawodowe – nauki techniczne
- 56 — zasadnicze zawodowe – rolnictwo
- 57 — zasadnicze zawodowe – zdrowie
- 58 — zasadnicze zawodowe – usługi
- 79 — brak wykształcenia
- 89 — przedszkola
- 99 — podstawowe
- 109 — gimnazjum

- **wyKier**

- 11 — wyższe – kształcenie nauczycieli
- 12 — wyższe – nauki humanistyczne
- 13 — wyższe – nauki społeczne
- 14 — wyższe – nauki ścisłe
- 15 — wyższe – nauki techniczne
- 16 — wyższe – rolnictwo
- 17 — wyższe – zdrowie
- 18 — wyższe – usługi
- 33 — średnie techniczne – nauki społeczne
- 35 — średnie techniczne – nauki techniczne
- 36 — średnie techniczne – nauki rolnictwo
- 37 — średnie techniczne – zdrowie
- 38 — średnie techniczne – usługi
- 49 — średnie ogólnokształcące
- 53 — zasadnicze zawodowe – nauki społeczne
- 55 — zasadnicze zawodowe – nauki techniczne
- 56 — zasadnicze zawodowe – rolnictwo
- 58 — zasadnicze zawodowe – usługi
- 69 — gimnazjalne lub niższe – ogólne

- **zawodicyf**

- 0 — siły zbrojne
- 1 — przedstawiciele władz publicznych, wyżsi urzędnicy i kierownicy
- 2 — specjaliści
- 3 — technicy i inny średni personel
- 4 — pracownicy biurowi



- 5 — pracownicy usług osobistych i sprzedawcy
- 6 — rolnicy, ogrodnicy, leśnicy i rybacy
- 7 — robotnicy przemysłowi i rzemieślnicy
- 8 — operatorzy i monterzy maszyn i urządzeń
- 9 — pracownicy przy pracach prostych

• **zawod2cyf**

- 1 — oficerowie sił zbrojnych
- 2 — podoficerowie sił zbrojnych
- 3 — żołnierze szeregowi
- 11 — przedstawiciele władz publicznych, wyżsi urzędnicy i dyrektorzy generalni
- 12 — kierownicy do spraw zarządzania i handlu
- 13 — kierownicy do spraw produkcji i usług
- 14 — kierownicy w branży hotelarskiej, handlu i innych branżach usługowych
- 21 — specjaliści nauk fizycznych, matematycznych i technicznych
- 22 — specjaliści do spraw zdrowia
- 23 — specjaliści nauczania i wychowania
- 24 — specjaliści do spraw ekonomicznych i zarządzania
- 25 — specjaliści do spraw technologii informacyjno-komunikacyjnych
- 26 — specjaliści z dziedziny prawa, dziedzin społecznych i kultury
- 31 — średni personel nauk fizycznych, chemicznych i technicznych
- 32 — średni personel do spraw zdrowia
- 33 — średni personel do spraw biznesu i administracji
- 34 — średni personel z dziedziny prawa, spraw społecznych, kultury i pokrewny
- 35 — technicy informatycy
- 41 — sekretarki, operatorzy urządzeń biurowych i pokrewni
- 42 — pracownicy obsługi klienta
- 43 — pracownicy do spraw finansowo-statystycznych i ewidencji materiałowej
- 44 — pozostali pracownicy obsługi biura
- 51 — pracownicy usług osobistych
- 52 — sprzedawcy i pokrewni
- 53 — pracownicy opieki osobistej i pokrewni
- 54 — pracownicy usług ochrony
- 61 — rolnicy produkcji towarowej
- 62 — leśnicy i rybacy
- 63 — rolnicy i rybacy pracujący na własne potrzeby
- 71 — robotnicy budowlani i pokrewni (z wyłączeniem elektryków)
- 72 — robotnicy obróbki metali, mechanicy maszyn i urządzeń i pokrewni
- 73 — rzemieślnicy i robotnicy poligraficzni
- 74 — elektrycy i elektronicy
- 75 — robotnicy w przetwórstwie spożywczym, obróbce drewna, produkcji wyrobów tekstylnych i pokrewni
- 81 — operatorzy maszyn i urządzeń wydobywczych i przetwórczych
- 82 — monterzy
- 83 — kierowcy i operatorzy pojazdów
- 91 — pomoce domowe i sprzątaczk
- 92 — robotnicy pomocniczy w rolnictwie, leśnictwie i rybołówstwie

- 93 — robotnicy pomocniczy w górnictwie, przemyśle, budownictwie i transporcie
- 94 — pracownicy pomocniczy przygotowujący posiłki
- 95 — sprzedawcy uliczni i pracownicy świadczący usługi na ulicach
- 96 — ładowacze nieczystości i inni pracownicy przy pracach prostych

- **zawodPodaz**

- 1 — wykwalifikowany umysłowy
- 2 — niewykwalifikowany umysłowy
- 3 — wykwalifikowany fizyczny
- 4 — niewykwalifikowany fizyczny
- 0 — nie pracuje

# NOTATKI

# NOTATKI

# NOTATKI



**Instytut Badań Edukacyjnych**

ul. Górczewska 8, 01-180 Warszawa | tel. +48 22 241 71 00 | [ibe@ibe.edu.pl](mailto:ibe@ibe.edu.pl) | [www.ibe.edu.pl](http://www.ibe.edu.pl)  
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.